

---

# **Anwendung der Perkolationstheorie zur Analyse des suffosiven Partikeltransportes**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

an der Fakultät Bauingenieurwesen

der

Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von:

Olivier Semar

Bad Bergzabern/Rheinland Pfalz

Gutachter:

1. Prof. Dr.-Ing. Karl Josef Witt
2. Prof. Dr.-Ing. habil. Markus Aufleger
3. Senior Lecturer Dr.-Ing. Alexander Scheuermann

Tag der Disputation:

29. Oktober 2010



## Vorwort des Herausgebers

Die Zuverlässigkeit von durchströmten Erdbauwerken wie Dämme und Deiche, aber auch die Stabilität des durchströmten natürlichen Baugrundes, hängen von der Widerstandsfähigkeit der Böden gegen eine hydrodynamische Beanspruchung ab. Äußere und innere Erosionsphänomene haben ein großes Gefährdungspotenzial. Die schädigenden Folgen einer Oberflächenerosion reichen bis zum Verlust des Bauwerks. Die innere Erosion von Böden hat in Baugruben, Dämmen und Bauwerken des technischen Wasserschutzes immer wieder zu katastrophalen Schadensfällen geführt. Dieser Prozess setzt unabhängig von der hydrodynamischen Einwirkung die Mobilität von Partikeln voraus. Diese Dissertation befasst sich mit den kinematischen Bedingungen des Transportes von Feinteilen aus dem Kornskelett weitgestufter Böden, der sogenannten inneren Suffosion.

Die Beurteilung der Suffosionsgefahr weitgestufter Böden ist keine neue Fragestellung. Es existieren empirische Nachweismethoden, eine physikalische Beschreibung des Grenzzustandes liegt bisher aber noch nicht vor. Mit zunehmender Ungleichförmigkeit eines Bodens wird die Suffosionsgefahr evidenter. Die Anwendungsgrenzen der verfügbaren Kriterien werden aber gerade für derartige Böden überschritten.

In dieser Arbeit wird die Mobilität von Partikeln im Porenraum eines Bodens mit einem neuen Ansatz analysiert. Abgeleitet aus Beobachtungen an suffosiven Böden wird eine grobe Fraktion des Kornhaufwerks als mechanisch stabiles, tragendes Skelett betrachtet, welches als räumlicher Filter wirkt. Im Porenraum dieser Grobstruktur sind mobile Feinteile eingebettet. Transport und Rückhaltung werden geometrisch durch Filtration an den Engstellen von Porenpfaden im dreidimensionalen Porennetzwerk der Grobstruktur kontrolliert.

Der Autor modelliert das Porensystem als ein kubisches Gitter mit zufällig verteilten Öffnungsweiten der Engstellen und untersucht mithilfe der Perkolationstheorie die Wahrscheinlichkeit sowie den Grad einer potenziellen Mobilität freier Partikel. Ist das Grobskelett mit seinem Porennetzwerk in der Lage, die mobilen Partikel zurückzuhalten, liegt ein nicht suffosiver Boden vor. Sind dagegen die Feinteile infinit mobil, gilt der Boden als potentiell suffosiv. Als wesentliches Ergebnis konnte mit dieser Modellierung gezeigt werden, dass der räumliche Filter unabhängig von der statistischen Verteilung der Engstellen eine klare Trennschärfe besitzt. Erstmals gelingt eine quantitative Abschätzung der im Korngerüst mobilen Masse. Die experimentelle Überprüfung steht in erstaunlich guter Übereinstimmung mit der Prognose.

Diese Arbeit ist Teil eines Forschungsprojektes der Deutschen Forschungsgemeinschaft, das sich mit der Beschreibung, Modellierung und Visualisierung des Porenraums weitgestufter Erdstoffe und mit den daraus ableitbaren Erosionsphänomenen beschäftigt. Für die finanzielle Unterstützung dieser interessanten Forschung möchte ich mich ganz herzlich bedanken. Danken möchte ich auch den Partnern dieses interdisziplinären Forschungsprojektes für die hilfreichen Beiträge und hervorragende Teamarbeit. Mein Dank gilt ebenso der Bundesanstalt für Wasserbau, Abteilung Geotechnik, Karlsruhe, und dem Wasser- und Schifffahrtsamt Freiburg. In fruchtbaren Diskussionen konnten wir gemeinsam mit den assoziierten französischen Kollegen Erfahrungen mit Phänomenen der inneren Erosion anhand konkreter Projekte austauschen und an Originalböden die Erosionsprozesse experimentell untersuchen.

*Weimar, November 2010*

*Karl Josef Witt*



## Vorwort des Verfassers

Die Erosionsstabilität von weitgestuften Böden ist eine der Kernfragen bei der Beurteilung von Versagensszenarien im Damm-, Deich- und Wasserbau. Jegliche Veränderung der Fließbedingungen im Untergrund, sei es durch einen Wandel der klimatischen oder durch anthropogene Eingriffe, hat auch einen potenziellen Einfluss auf die Aktivierung interner Erosionsprozesse. Eine spezielle Erosionsart in weitgestuften Böden, deren Grenzbedingung bisher nur ansatzweise phänomenologisch beschreibbar ist, ist die innere Suffosion. Die Effekte treten in ähnlicher Form auch im Verkehrswegebau wie auch allgemein im Erdbau auf, wo anstelle der Grundwasserströmung Erschütterungen eine allmähliche und sukzessive Partikelbewegung auslösen.

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des DFG Forschungsprojektes „Bedingungen suffosiver Erosionsphänomene in Böden“ (SUFFOS). Ziel ist, die Strukturstabilität weitgestufter Erdstoffe mit Schwerpunkt innerer Suffosion beschreiben zu können. Innere Erosionsphänomene werden mit dem wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatz der Perkolationstheorie untersucht, in die Strukturkenngößen aus experimentellen und numerischen Analysen berücksichtigt und implementiert werden. Die geometrischen Bedingungen eines Partikeltransportes bzw. der Rückhalt innerhalb des Bodengefüges werden als stochastischer Prozess simuliert mit dem Ziel, Grenzzustandsbedingungen als obere und untere Schranke statistisch zu formulieren.

Für die Möglichkeit zur Bearbeitung dieser Thematik möchte mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Karl Josef Witt bedanken, der mich nicht nur mit zahlreichen Ratschlägen unterstützte, sondern auch in jeder Hinsicht für mich da war. Ich konnte mit unterschiedlichsten Fragestellungen an Herrn Prof. Witt herantreten mit der Gewissheit, einen kritischen und stets lösungsorientierten Diskussionspartner anzutreffen. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Markus Aufleger und Herrn senior lecturer Dr.-Ing. Alexander Scheuermann danke ich vielmals für die bereitwillige Übernahme des Korreferats.

Bei den Mitarbeitern der Materialforschungs- und -Prüfanstalt an der Bauhaus-Universität Weimar, Fachgebiet Geotechnik, die mir bei der Durchführung und der Auswertung der Experimente sowie der Versuchsentwicklung behilflich waren, bedanke ich mich für die produktive Zusammenarbeit. Ganz besonders möchte ich Dr. rer. nat. Steffen Prohaska, Prof. Dr.-Ing. Volker Slowik, Dipl.-Ing. Ulrike Homberg, Dipl.-Ing. Tobias Mehlhorn, Dipl.-Ing. Kerstin Ratz, Dipl.-Ing. Helge Vosberg und Dipl.-Ing. Anne Bull danken für die konstruktive Zusammenarbeit und die stets vorhandene Gesprächs- und Diskussionsbereitschaft im Rahmen der durchgeführten Forschungsprojekte. Ebenso danke ich den Mitarbeitern der Professur Grundbau für die kollegiale Zusammenarbeit und meinen Hilfwissenschaftlern Nicole Magiera und Deborah Gronau für die tatkräftige Unterstützung. Für die Durchsicht des Manuskripts danke ich Frau

Dipl.-Ing. Ulrike Homberg, Herrn Dipl.-Ing. Thomas Wolff, Herrn Dipl.-Ing. Robert-Balthasar Wudtke, Frau Bettina Prehl und Frau Sarah Vogel.

Für die finanzielle Förderung bedanke ich mich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und dem Wasser- und Schifffahrtsamt Freiburg, ohne die diese Arbeit in dieser Form nicht realisierbar gewesen wäre.

*Frankfurt am Main, November 2010*

*Olivier Semar*

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>2D-Porenstrukturanalyse von Boden</b>	<b>5</b>
2.1	Begriffsdefinitionen zur Beschreibung der Porenstruktur . . . . .	5
2.2	Der äquivalente Porenkanaldurchmesser . . . . .	6
2.3	Die Porenöffnungsweitenverteilung . . . . .	9
2.4	Schlussfolgerungen 2D-Porenstrukturanalyse . . . . .	16
<b>3</b>	<b>3D-Poren- und Gefügestrukturanalyse</b>	<b>17</b>
3.1	Übersicht über Methoden . . . . .	17
3.2	3D-Strukturanalyse an CT-Aufnahmen . . . . .	19
3.3	3D-Strukturanalyse an zufallsbedingten Kugelpackungen . . . . .	22
3.4	Schlussfolgerungen 3D-Poren- und Gefügestrukturanalyse . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Innere Suffosion</b>	<b>27</b>
4.1	Begriffsdefinitionen . . . . .	27
4.2	Beständigkeit von Böden gegen innere Suffosion . . . . .	28
4.3	Gegenüberstellung bestehender geometrischer Suffosionskriterien . . . . .	30
4.4	Schlussfolgerungen zur Bemessungspraxis . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Perkolationstheorie</b>	<b>47</b>
5.1	Grundlagen . . . . .	47
5.2	Perkulationsmodell . . . . .	48
5.3	Cluster . . . . .	50
5.3.1	Charakteristische Parameter . . . . .	52
5.3.2	Skalierungsgesetze . . . . .	55
5.4	Zufallsgeneratoren . . . . .	57
5.4.1	Lineare Kongruenzmethode . . . . .	58
5.4.2	Zuweisung der Porenstruktur . . . . .	61

<b>6</b>	<b>Untersuchung der Suffosion mit Perkulationsmodellen</b>	<b>65</b>
6.1	Kinematik des Materialtransportes . . . . .	65
6.2	Wahl des Perkulationsmodells und Annahmen . . . . .	66
6.3	Globale Strukturveränderung . . . . .	69
6.3.1	Sensitivitätsanalyse . . . . .	71
6.3.2	Globale Mobilitätswahrscheinlichkeit . . . . .	75
6.3.3	Perkulationswahrscheinlichkeit . . . . .	76
6.3.4	Validierung mit kernspintomographischen Aufnahmen . . . . .	78
6.4	Lokale Strukturveränderungen . . . . .	78
6.5	Strukturveränderungen in Kontaktzonen . . . . .	86
6.6	Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Perkulationstheorie . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Einflussgrößen und Parameterstreuung</b>	<b>91</b>
7.1	Einflussgrößen . . . . .	91
7.2	Variation von Bodenparametern . . . . .	92
7.2.1	Lagerungsdichte . . . . .	92
7.2.2	Korngrößenverteilung . . . . .	94
7.2.3	Untersuchungen zur Variation der Korngrößenverteilung . . . . .	96
7.3	Schlussfolgerung zur Variation der Bodenparameter . . . . .	104
7.4	Validierung der 3D-Porenstrukturanalyse mit zufallsbedingten Kugelpackungen	106
<b>8</b>	<b>Fallbeispiel und experimentelle Validierung</b>	<b>111</b>
8.1	Anwendung der Perkulationstheorie auf ein Fallbeispiel . . . . .	111
8.2	Experimentelle Überprüfung . . . . .	118
8.2.1	Prüfeinrichtung . . . . .	118
8.2.2	Versuchsvorbereitung . . . . .	120
8.2.3	Versuchsdurchführung . . . . .	121
8.2.4	Versuchsergebnisse . . . . .	123
8.3	Vergleich der Laborergebnisse mit Ergebnissen aus dem simulierten Modell . .	124
8.4	Schlussfolgerungen zur experimentellen Untersuchung . . . . .	127
<b>9</b>	<b>Grenzzustandsbedingungen zur Suffosionsbeständigkeit</b>	<b>129</b>
9.1	Vorgehen zur Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit . . . . .	129
9.2	Eingangsgrößen und Porenengstellenverteilung . . . . .	130
9.3	Suffosive Materialtransportbedingungen . . . . .	132
9.3.1	Kritischer Korndurchmesser und maximale Massenverluste . . . . .	132
9.3.2	Lokale Strukturveränderungen . . . . .	134
9.4	Anwendungsbeispiel . . . . .	137
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>145</b>

<b>11 Summary</b>	<b>149</b>
<b>A Programmierung</b>	<b>164</b>
A.1 C++ Code Zufallsgenerator . . . . .	165
A.2 Test des Zufallsgenerators . . . . .	165
A.3 Hoshen-Kopelman Algorithmus . . . . .	166
<b>B Anlagen zur experimentellen Validierung</b>	<b>168</b>
B.1 Versuchsaufbau . . . . .	169
B.2 Ergebnisse zu den Suffosionsversuchen . . . . .	171

---

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Potenzielle Erosionsphänomene an einem stilisierten Dammquerschnitt . . . .	2
2.1	Schematische Darstellung eines Elementes einer Probenschnittfläche mit zugehörigen Definitionen nach Wittmann [97] . . . . .	9
2.2	Kugelpackung bei Annahme der dichtesten Lagerung . . . . .	10
2.3	In Fließrichtung orientierte Röhren mit variablen Porenöffnungsweiten [94] . .	11
2.4	Einteilung der Korngrößenverteilung in Klassen $d_{i,j,k}$ und zugehörige Wahrscheinlichkeiten $p_{i,j,k}$ . . . . .	12
2.5	Porenöffnungsweite ( $d_p$ ) nach Schuler für a) lockerste und b) dichteste Lagerung [48] . . . . .	13
2.6	Näherungsweise Ermittlung der Porenengstellenverteilung aus der Anzahlverteilung nach Schulze [73] . . . . .	15
3.1	3D-Porenstrukturanalyse mit Porenraumabdrücken . . . . .	18
3.2	3D-Element von Delaunay . . . . .	19
3.3	Originaldaten aus einem Micro-CT-Scan einer Probe mit 6 cm Durchmesser und 6 cm Probenhöhe [30]. Hell sind hierbei die Körner dargestellt und dunkel der Porenraum. . . . .	20
3.4	Ergebnis eines analysierten CT-Datensatzes nach [30]. Jeder Partikel ist entsprechend seiner Identität farblich gekennzeichnet. . . . .	21
3.5	Visualisierung einer generierten Kugelpackung und Porengraph mit Amira [86] aus diskreter Porenraumanalyse (ZIB & HTWK) . . . . .	22
3.6	Visualisierung einer generierten Kugelpackung und generierte Kugelpackung mit Porengraph. Die Scheiben repräsentieren die Lage und Durchmesser der Porenengstellen. . . . .	24
3.7	Schema zur Darstellung der Medial Axis und der Bisektoren. Dargestellt ist ein Ausschnitt der Bisektoren. . . . .	25

4.1	Schematische Darstellung der Suffosionserscheinungen nach Ziems [102] für die Zeitschritte $t_1$ und $t_2$ . . . . .	27
4.2	Gegenüberstellung von absolut nicht-suffosiven Böden nach verschiedenen Autoren . . . . .	32
4.3	Obere und untere Grenzkorngrößenverteilungen für suffosionsbeständige, nicht-bindige Böden nach Luboček [52] . . . . .	34
4.4	Formfaktor der Korngrößenverteilung nach Kenney & Lau [35, 36, 37] . . . . .	37
4.5	Klassifikation von weitgestuften Korngrößenverteilungen nach Lafleur et al. . . . .	38
4.6	Geometrisches Suffosionskriterium nach Burenkova aus [10] . . . . .	39
4.7	Vergleich zwischen der Variante 1, Variante 2 nach [58] und Ziems für eine Porosität von $n = 0,25$ . Zusätzlich suffosive Böden nach Versuchen von Istomina [34] und Kenney und Lau [35, 37] und modifizierter Ansatz nach Ziems. . . . .	42
4.8	Vergleich zwischen der Variante 1, Variante 2 nach [58] und Ziems für eine Porosität von $n = 0,30$ . Zusätzlich suffosive und nicht suffosive Böden nach Kenney und Lau [35, 37] und modifizierter Ansatz nach Ziems. . . . .	42
4.9	Eine vereinheitlichte Grenzbedingung nach [45] . . . . .	44
5.1	a) Bodenprobe in Harz eingegossen (BAM) und b) Porennetzwerkmodell nach Witt [94] . . . . .	49
5.2	Bond-Perkolationsmodell auf einem 2-dimensionalen quadratischen Gitter. Offene (besetzte) Porenpfade werden durch Linien aufgezeigt, während geschlossene Verbindungen eliminiert wurden [75] . . . . .	51
5.3	Schematische Darstellung finiter Cluster auf einem quadratischen Bond-Perkolationsmodell . . . . .	51
5.4	Transformationsmethode zur Generierung einer zufallsverteilten Porenengstellenverteilung . . . . .	62
6.1	Durchströmungsbasierte Wahrscheinlichkeit, dass ein Partikel einem passierbaren Porenpfad zuströmt . . . . .	66
6.2	a) Porennetzwerkmodell nach Witt [94] und b) einfaches kubisches Gitter . . . . .	67
6.3	$\langle P_{global}(p) \rangle$ in Relation zur Partikelgröße äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit $p$ der Porenengstellenverteilung. Ermittelt aus 100 Monte-Carlo Simulationen in einem Porennetzwerk mit $3 \cdot 80^3$ Porenengstellen . . . . .	70
6.4	Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Perkolationsschwelle $C_V(p_{crit})$ von der Porennetzwerkgröße . . . . .	73
6.5	Maxima, Minima und arithmetisches Mittel der Perkolationsschwelle in Abhängigkeit der Porennetzwerkgröße (Monte-Carlo Simulationen) . . . . .	73
6.6	Abhängigkeit der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit von der Porennetzwerkgröße. Exemplarisch für Partikeldurchmesser äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeiten $p = 0,5; 0,6$ und $0,7$ . . . . .	74

6.7	$\langle P_{inf}(p) \rangle$ aus Monte-Carlo Simulation mit 200 Wiederholungen in einem Porennetzwerk mit $3 \cdot 65^3$ Porenengstellen (bonds) . . . . .	76
6.8	Skalierungsgesetz $P_{inf}(p) \propto  p - p_{crit} ^{-0,41}$ und $\langle P_{inf}(p) \rangle$ aus Berechnungen von 200 Porennetzwerken mit $3 \cdot 65^3$ Porenengstellen . . . . .	77
6.9	Clustergrößenverteilungen $n_s(p)$ für ein Porennetzwerk mit $3 \cdot 90^3$ Porenengstellen und Partikelgrößen äquivalent der unterschiedlichen Anzahlwahrscheinlichkeiten der Porenengstellenverteilung $p$ . . . . .	80
6.10	Clustergrößenverteilungen $n_s(p)$ für Partikelgrößen äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung $p = 0, 8$ . Porennetzwerkgrößen mit $3 \cdot 30^3$ , $3 \cdot 50^3$ und $3 \cdot 90^3$ Porenengstellen (PE). . . . .	81
6.11	Skalierungsgesetz für die Clustergrößenverteilung $n_s$ mit $\sigma = 0,45$ . . . . .	82
6.12	Gültigkeit des Skalierungsgesetzes für die Clustergrößenverteilung $n_s$ mit $\sigma = 0,45$ . . . . .	82
6.13	Clustergrößenverteilung $n_s(p_{crit})$ an der Perkolationsschwelle mit $\tau = 2,18$ . . . . .	83
6.14	Mittlere Größe finiter Cluster $S(p)$ in Relation zu Partikelgrößen äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung $p$ . Monte-Carlo Simulation mit 200 Wiederholungen in einem Porennetzwerk mit $3 \cdot 65^3$ Porenengstellen . . . . .	85
6.15	Anzahl der finiten Cluster in Relation zur Partikelgröße äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung $p$ . Monte-Carlo Simulation mit 200 Wiederholungen in einem Porennetzwerk mit $3 \cdot 65^3$ Porenengstellen . . . . .	85
6.16	Mittlere Eindringtiefe in Kontaktzonen . . . . .	88
7.1	Histogramm der Trockenwichte eines weitgestuften Dammschüttmaterials [79] . . . . .	94
7.2	Körnungsbander des Untergrundes aus [8]. Körnungsband 1: schwach sandige bis sandige Kiese und Körnungsband 2: Sand bis kiesiger Sand . . . . .	97
7.3	Körnungsband der technischen Schüttung aus [8] . . . . .	97
7.4	Eindimensionale äquidistante Probennahme und Ermittlung der vertikalen Autokorrelationslänge $a$ des Parameters $d_{85}$ . Oben Untergrund Standort 2 Bohrung BK 052 und unten technische Schüttung Standort 1 Bohrung BK 025 . . . . .	101
7.5	Berechnete und gemessene Porenengstellenverteilung (PEV) am Beispiel der Probe 2.2 nach Witt [94] . . . . .	107
7.6	Rechenzeiten in Abhängigkeit der anzordneten Kugeln . . . . .	108
7.7	Gemessene Porenengstellenverteilung (PEV) der Probe 2.2 nach Witt [94] und aus Anzahlverteilung berechnete PEV . . . . .	109
8.1	Ausgangskorngrößenverteilung . . . . .	112
8.2	Porenengstellenverteilung bei einem Trenndurchmesser von 2 mm . . . . .	114
8.3	Massen- bzw. Volumenverluste an Fraktionsgrenzen aus dem Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit abgeleitet . . . . .	116



8.4	Ausgangskorngrößenverteilung und berechnete Korngrößenverteilung nach Suffosion aus Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit . . . . .	118
8.5	Prinzip des Säulen-Erosions-Versuchs . . . . .	120
8.6	Ausbau der Bodenproben in drei Schichten . . . . .	122
8.7	Inhomogenität im Erdstoffgefüge . . . . .	123
8.8	Korngrößenverteilungen bei schichtweisem Ausbau nach Versuch 4 und durch Perkolation ermittelte Korngrößenverteilung nach Suffosion . . . . .	126
9.1	Schematische Darstellung der Ermittlung von Masseverlusten und der resultierenden Korngrößenverteilung nach Suffosion . . . . .	133
9.2	Schematische Darstellung der Kontaktsuffosion nach Ziem's [102] für die Zeitschritte $t_1$ und $t_2$ . . . . .	136
9.3	Ausgangskorngrößenverteilung und Auftrennung in potenziell mobile und strukturbildende Kornfraktionen . . . . .	138
9.4	Porenengstellenverteilung bei einem Trenndurchmesser von $d = 3,2$ mm und einem Porenanteil von $n = 0,24$ . . . . .	139
9.5	Ausgangskorngrößenverteilung und berechnete Korngrößenverteilung nach Suffosion aus Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit . . . . .	141
9.6	Korngrößenverteilungen bei schichtweisem Ausbau (Schicht 2,3,4,6,7) und durch Perkolation ermittelte Korngrößenverteilung nach Suffosion . . . . .	142
9.7	Korngrößenverteilungen bei schichtweisem Ausbau (Schicht 1 und 5) und durch Perkolation ermittelte Korngrößenverteilung nach Suffosion . . . . .	143
A.1	Cube Test für 5000 Zufallszahlen (zz) ( $zz_n, zz_{n+1}, zz_{n+2}$ ) . . . . .	166
A.2	Flussdiagramm für Hoshen-Kopelman Algorithmus . . . . .	167
B.1	Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung . . . . .	170
B.2	Ausbau 5008093006 Versuch 1 . . . . .	172
B.3	Ausbau 5008093006 Versuch 2 . . . . .	173
B.4	Ausbau 5008093006 Versuch 3 . . . . .	174
B.5	Ausbau 5008093006 Versuch 4 . . . . .	175

---

# Tabellenverzeichnis

4.1	Von Sichardt empfohlene nicht-suffosive Zusammenstellung des Mischfilters . . . . .	31
4.2	Koeffizienten nach Lubořkov zur Ermittlung der Suffosionsbeständigkeit nicht- bindiger Böden . . . . .	34
4.3	Empfohlene Filterkriterien zur Anwendung auf separierte Korngrößenver- teilungen . . . . .	43
5.1	Über Computersimulationen approximierte kritische Besetzungswahrschein- lichkeit $q_{crit} = 1 - p_{crit}$ für ausgewählte regelmäßige Gitter nach [33] . . . . .	50
5.2	Allgemein anerkannte Universalkonstanten. Rationale Zahlen sind exakte Wer- te, während die Dezimalzahlen numerisch ermittelt wurden und Näherungs- werte darstellen (nach [87]) . . . . .	57
6.1	Einfluss der Anzahl an Monte Carlo Simulationen auf die Steubreite der Per- kolationsschwelle . . . . .	72
7.1	Einflussgrößen für geometrische Suffosionsbeständigkeit . . . . .	92
7.2	Variationskoeffizienten $C_V$ für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenver- teilung (technische Schüttung) . . . . .	99
7.3	Variationskoeffizienten $C_V$ für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenver- teilung (Untergrund) . . . . .	99
7.4	Autokorrelationslänge $a$ nach Literaturstudie für unterschiedliche Bodenpara- meter [29, 98] . . . . .	102
7.5	Autokorrelationslängen $a$ für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenver- teilung (technische Schüttung) . . . . .	103
7.6	Autokorrelationslänge $a$ der Korngrößenverteilungen für unterschiedliche Per- zentile der Korngrößenverteilung (Untergrund) . . . . .	103
7.7	Berechnete Variation des Engstellendurchmessers $d^{PEV}$ für unterschiedliche Perzentile (Probe P 2.2) . . . . .	108
8.1	Ergebnisse der Laborversuche zu den charakteristischen Kenngrößen . . . . .	112

---

8.2	Engstellendurchmesser $d^{PEV}$ für unterschiedliche Perzentile, Trenndurchmesser und Porenanteile . . . . .	114
8.3	Berechnung der Korngrößenverteilung nach Suffosion bezogen auf eine Gesamttrockenmasse von 30.000 gr . . . . .	117
8.4	Randbedingungen zu den Suffosionsversuchen . . . . .	121
8.5	Ausgetragene Massen pro Aufstauhöhe . . . . .	124
8.6	Gegenüberstellung der geometrischen Suffosionskriterien . . . . .	126
9.1	Zusammenfassung der wesentlichen Parameter . . . . .	137
9.2	Porenengstellendurchmesser $d^{PEV}$ für unterschiedliche Perzentile und zugehörige globale Mobilitätswahrscheinlichkeit . . . . .	140

---

# Symbolverzeichnis

## Großbuchstaben

Symbol	Bezeichnung
<i>Index B</i>	(Basis) alle potenziell mobilen Kornfraktionen
<i>Index F</i>	(Filter) alle Kornfraktionen, die zum tragenden Kornskelett gehören (strukturbildend)
$C_u = d_{60}/d_{10}$	Ungleichförmigkeitsgrad
$C_V$	Variationskoeffizient
$D_F$	fraktale Dimension
$\min F'_P, \max F'_P$	maximale und minimale Porenkanalfläche
$FF$	Formfaktor. Berücksichtigt die Sphärizität der Körner
$F_s$	Schlupfmaß oder Durchgangsfaktor
$H$	Maß für die Form der Korngrößenverteilung
$G_i$	Grad der Durchmischung
$I_D$	bezogene Lagerungsdichte
$L$	Anzahl der Poren pro Raumrichtung
$M_{1,2}$	Momente der Clustergrößenverteilung
$M(L)$	Masse des größten Clusters
$P$	Wahrscheinlichkeit, dass eine Pore zum größten Cluster gehört
$P_{inf}$	Perkolationswahrscheinlichkeit
$P_{global}$	globale Mobilitätswahrscheinlichkeit
$PEV$	Porenengstellenverteilung
$R_{suf}$	Widerstand gegen Suffosion
$R_s$	Gyrationsradius
$\bar{S}$	mittlere Schnittkreisfläche
$S_p$	mittlere Größe finiter Cluster
$T$	Tortuosität

## Kleinbuchstaben

Symbol	Bezeichnung
$a$	Multiplikator $0 \leq a < m$
$b$	Inkrement $0 \leq b < m$
$c$	Kohäsion
$c_0$	Zugfestigkeit
$d$	euklidische Dimension
$d_{po}$	äquivalenter Porenkanaldurchmesser
$d_i$	Korndurchmesser der i-ten Klasse
$d_{i+1}$	Korndurchmesser der nächst größeren Schicht
$\bar{d}_i$	geometrisch mittlerer Korndurchmesser $\bar{d}_i = \sqrt{d_{i,min} \cdot d_{i,max}}$ der Fraktion i begrenzt durch die Korndurchmesser $d_{i,min}$ und $d_{i,max}$
$d_{85}^{PEV}$	Porenengstellendurchmesser der Anzahlwahrscheinlichkeit von 85%
$d_{mP}$	kritischer Partikeldurchmesser
$d_{max}$	maximaler Korndurchmesser des Kornhaufwerks
$e$	Porenzahl
$f$	Anzahl der Fraktionen i
$g$	Erdbeschleunigung
$g_r$	Konvektivitätskorrelationsfunktion
$i$	hydraulischer Gradient
$k$	Durchlässigkeitsbeiwert des Bodens
$m$	Modulus $0 < m$
$n$	Porenanteil
$n_e$	effektive Porosität
$\min n, \max n$	Porenanteil bei lockerster bzw. dichtester Lagerung
$n_s$	Clustergrößenverteilung
$p$	Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstelle
p-Quantil	Unterschreitungswahrscheinlichkeit (früher Fraktile)
$\Delta p_{m,i}$	Massenprozente der i-ten Klasse
$p_{öff}$	Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenöffnungsweite, die sich für die Dreiergruppe $d_{i,j,k}$ ergibt
$p_{i,j,k}$	Fraktile der Korndurchmesser $d_{i,j,k}$
$p_i$	Gewichtsprozent der Fraktionen $d \leq d_i$
$p_{i+1}$	Gewichtsprozent der Fraktionen $d \leq d_{i+1}$
$p_i$	dem Korndurchmesser $d_i$ zugeordneter Anteil des Gewichtsstroms

## Kleinbuchstaben

Symbol	Bezeichnung
$p_{crit} = 1 - q_{crit}$	Perkolationsschwelle
$q_{crit}$	kritische Besetzungswahrscheinlichkeit
$q$	Besetzungswahrscheinlichkeit
$q_{m,i}$	Massenanteil der Fraktion i
$q_{v,i}$	Volumenanteil der Fraktion i
$q_{n,i}$	Anzahlanteil der Fraktion i
$q_{o,i}$	Oberflächenanteil der Fraktion i
$\vec{r}_0$	Zentrum des Clusterschwerpunkts
$\vec{r}_i$	Lage des Knotens (site) $i$
$s$	Anzahl der Poren (sites) in einem Cluster
$s$	Strömungsrichtung
$t_{i,j,k}$	Anzahl der Durchmesser $d_{i,j,k}$ in der Dreiergruppe, wobei $t_i + t_j + t_k = 3$
$t_i$	Dicke der Teilschicht
$i$	i-te Teilschicht mit $d_i = t_i$
$v_a$	Abstandsgeschwindigkeit
$v_s$	Skalierungsgesetz nach Stauffer [87]
$x$	dimensionsloser Exponent
$zz$	pseudo-Zufallszahl
$zz_n$	normierte pseudo-Zufallszahl
$zz_1$	Startwert $0 \leq zz_1 < m$
$z$	Konnektivität

**griechische Buchstaben**

Symbol	Bezeichnung
$\alpha$	Abminderungsfaktor
$\beta$	Universalkonstante
$\gamma$	Universalkonstante
$\gamma_w$	Wichte des Wassers
$\nu$	Universalkonstante
$\sigma$	Universalkonstante bzw. Fitting Parameter
$\sigma$	Oberflächenspannung des Wassers
$\eta_{s,g}$	globaler Standsicherheitsfaktor
$\mu$	Fitting Parameter
$\nu$	kinematische Viskosität
$\xi$	Korrelationslänge
$\varphi$	innerer Reibungswinkel
$\rho_{s,i}$	Korndichte der i-ten Fraktion
$\tau$	Universalkonstante



---

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Erosionsstabilität von Böden ist eine der Kernfragen bei der Beurteilung von Versagensszenarien im Damm-, Deich- und Wasser- und Erdbau. Jegliche Veränderung der Fließbedingungen im Untergrund, sei es durch einen Wandel der klimatischen Verhältnisse oder durch anthropogene Eingriffe, hat auch einen potenziellen Einfluss auf die Aktivierung innerer Erosionsprozesse. Die Schadensanfälligkeit von Flussgebieten hat u. a. durch die Zunahme an Hochwasserereignissen in den letzten Jahren zugenommen. Standsicherheitsrelevante Auswirkungen können sich infolge der veränderten hydrodynamischen Bedingungen ergeben. Zu den Aufgaben der Ingenieure zählt die Abschätzung, inwiefern die hydrodynamischen Einwirkungen einen standsicherheitsrelevanten Einfluss haben. Exemplarisch sind einige Materialtransportphänomene, in Abhängigkeit der Strömungsrichtung, an einem schematischen Dammquerschnitt in Abbildung 1.1 dargestellt.

Eine spezielle Erosionsart in weitgestuften Böden, deren Grenzbedingung bisher nur ansatzweise phänomenologisch beschreibbar ist, ist die innere Suffosion. Die Effekte treten in ähnlicher Form auch im Verkehrswegebau wie auch allgemein im Erdbau auf, wo anstelle der Grundwasserströmung Erschütterungen eine allmähliche und sukzessive Partikelbewegung auslösen. Geometrische Suffosionskriterien basieren auf Untersuchungen, die zur Dimensionierung von Erdstofffiltern im Dammbau entwickelt wurden. Als Eingangsparameter werden die Korngrößenverteilungen der Böden herangezogen. Fundamentale geometrische Suffosionskriterien sind u. a. von Burenkova [10], Lubočkov [50] und Kenney & Lau [35, 37] entwickelt worden.

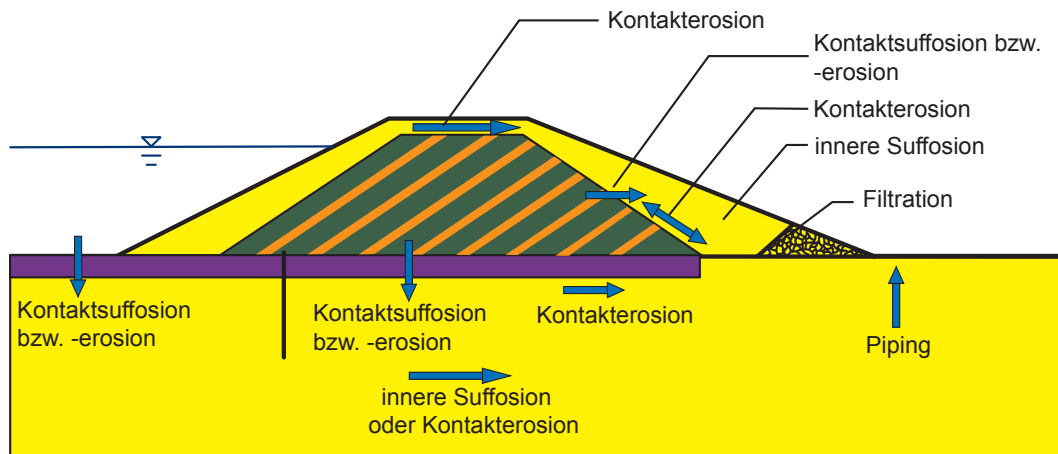


Abbildung 1.1: Potenzielle Erosionsphänomene an einem stilisierten Dammquerschnitt

Mit den verfügbaren Kriterien zur Beurteilung der inneren Suffosionsbeständigkeit kann die Wahrscheinlichkeit eines Materialtransportes nicht im ausreichenden Maße beurteilt werden. Die zahlreichen Kriterien basieren im Wesentlichen auf empirischen Ansätzen und sind nur für spezifische Bodenarten und Randbedingungen anwendbar. Die Anwendungsgrenzen der Suffosionskriterien werden hinsichtlich der Bodenart und des Ungleichförmigkeitsgrades meist überschritten. Die aktuellen internationalen Forschungsaktivitäten zeigen, dass im Wesentlichen weitere empirische Ansätze entwickelt werden. Vorrangig geht es dabei um die Entwicklung von Beobachtungsmethoden an Bauwerken und um die Entwicklung von Versuchstechniken. Die untersuchten Phänomene betreffen vor allem die Erodibilität von Erdstoffen.

Das übergeordnete Ziel dieser Arbeit ist die analytische Beschreibung von suffosiven Materialtransportprozessen in weitgestuften Erdstoffen, um Strukturveränderungen unabhängig von Anwendungsgrenzen quantifizieren zu können. Dies setzt mindestens zwei Arbeitsschritte und Teilziele voraus. i) Die Kenntnis und Beschreibung der Gefüge- und Porenstruktur sowie ii) die Analyse der Transport- und Rückhaltebedingungen von mobilen Partikeln. Im Gegensatz zu den bisherigen Forschungsaktivitäten werden auf statistischer Grundlage Kriterien zur Suffosionsbeständigkeit anhand der Parameter Homogenität, Korngrößenverteilung und Porosität abgeleitet. Mit der Bestimmung der Kenngrößen aus der Simulation zu Transport und Rückhalt von mobilen Partikeln in der Porenstruktur ist es möglich, auf mathematisch statistischem Wege Grenzbedingungen der Partikelzurückhaltung zu formulieren. Der verfolgte analytische Weg mit statistischen Ansätzen konzentriert sich auf die Modellierung der Porenstruktur und anschließende Simulation der geometrisch möglichen Strukturveränderungen.

Die Arbeit ist entsprechend der Teilziele gegliedert. Um Fluss- und Transportprozesse in granularen Medien mit modernen numerischen Verfahren simulieren zu können, ist die Ableitung von Kenndaten der Porenstruktur notwendig. Die ersten zwei Kapitel widmen sich der Zusammenstellung von Methoden zur Poren- und Gefügestrukturanalyse. Diese zwei Kapitel wurden vor die kritische Betrachtung und Zusammenstellung von Suffosionskriterien der Bemessungspraxis gestellt, da die Kriterien z. T. bestimmte Kennwerte der Porenstruktur beinhalten.

Mit den gewonnenen Datensätzen aus Poren- und Gefügestrukturbetrachtungen können die erodiblen Prozesse in Porennetzwerkmodellen abgebildet werden. Als theoretischer Ansatz zur Implementierung der Porenstruktur in ein Modell wird die Perkolationstheorie gewählt, die ein Zweig der Wahrscheinlichkeitstheorie ist. Sie hat sich als zielführend für die Lösung der Problematik herausgestellt und wird im Detail vorgestellt. Anschließend wird systematisch die geometrische Möglichkeit von lokal beschränkten und globalen Partikeltransportphänomenen untersucht. Einflussgrößen werden analysiert und Randbedingungen für die Modellbildung abgeleitet. Die Aussagegenauigkeit und Anwendung der analytischen Ansätze werden an einem Fallbeispiel demonstriert und mit Ergebnissen von Laborversuchen verglichen. Das Hauptziel, Grenzstandsbedingungen für lokale und globale Strukturveränderungen zu formulieren, wird aus den Erkenntnissen der vorangestellten Kapitel entwickelt.



---

## Kapitel 2

# 2D-Porenstrukturanalyse von Boden

### 2.1 Begriffsdefinitionen zur Beschreibung der Porenstruktur

Der wichtigste Kennwert zur Beschreibung von Fluss- und Materialtransportprozessen in porösen Medien ist die Porenstruktur. Die Porenstruktur ist im Wesentlichen abhängig von der Kornform, der Korngrößenverteilung, der Heterogenität des Kornhaufwerks, den Aggregatgrößen von bindigen Partikeln und der Lagerungsdichte des Bodens. An dieser Stelle wird eine Definition zur Beschreibung der Porenstruktur eingeführt. Die Flächen, die in die relativen Minima von Porenpfaden eingeschrieben werden können, sind Porenengstellen. Eine Pore ist ein durch Flächenminima eingegrenzter Raum zwischen den Körnern. Dabei ist zu differenzieren zwischen Strukturen, bei denen alle Kornfraktionen eines Bodens als strukturbildend angenommen werden, und denjenigen, in denen feinere Fraktionen nicht mehr strukturbildend, sondern im Porenraum der Grobkornfraktion eingelagert sind. Der Unterschied besteht darin, dass bei ausschließlich strukturbildenden Kornfraktionen die gesamte Porenstruktur für Materialtransportprozesse in Betracht gezogen wird, während z. B. bei suffosiven Böden nicht die gesamte Porenstruktur für den Materialtransportprozess relevant ist. In suffosiven Böden sind zwei fundamentale Fragen zu klären. Zum einen, welche Kornfraktionen innerhalb des betrachteten Kornhaufwerks als mobil und welche durch eine ausreichende Anzahl an Kornkontakten im Korngefüge fixiert und somit als strukturbildend zu bezeichnen sind. Zum anderen, welcher Anteil der gesamten Porenstruktur für die Simulation der Mobilität von Partikeln innerhalb des Kornhaufwerks relevant ist.

## 2.2 Der äquivalente Porenkanaldurchmesser

Die ersten Wissenschaftler, die sich mit Transportphänomenen in Bodenstrukturen auseinandersetzten, haben empirische Gleichungen entwickelt, die nicht die Porenstruktur betrachtet, sondern vielmehr einen für den Materialtransport repräsentativen Porenkanaldurchmesser. Dieser wird im Folgenden als äquivalenter Porenkanaldurchmesser bezeichnet. Dem Modell liegt eine in Strömungsrichtung orientierte Röhre mit konstanter Öffnungsweite zugrunde. Istomina leitet den äquivalenten Porenkanaldurchmesser  $d_{po}$  aus der kapillaren Steighöhe  $h_k$  ab.

$$d_{po} = \frac{4 \cdot \sigma}{h_k \cdot \gamma_w} \quad (2.1)$$

$\sigma$       Oberflächenspannung des Wassers  
 $\gamma_w$       Wichte des Wassers

Unter Einbeziehung der Wandrauigkeit des Porenkanals ergibt sich nach Istomina die Gleichung 2.2 zur Bestimmung des äquivalenten Porenkanaldurchmessers  $d_{po}$  [34].

$$d_{po} = \sqrt{\frac{96 \cdot \nu \cdot k}{g \cdot n_e}} \quad (2.2)$$

$\nu$       kinematische Viskosität  
 $k$       Durchlässigkeitsbeiwert des Bodens  
 $g$       Erdbeschleunigung  
 $n_e$       effektive Porosität

Die effektive Porosität  $n_e$  kann mit Gleichung 2.3 nach Lejbenson [102] berechnet werden.

$$n_e = n \cdot \left( 1 - 0,114 \cdot \frac{1-n}{n} \right) \quad (2.3)$$

$n$       Porenanteil

In Gleichung 2.2 eingesetzt und unter Berücksichtigung des Durchlässigkeitsbeiwertes  $k$  in [cm/s] kann Gleichung 2.4 angegeben werden.

$$d_{po} = 0,0358 \cdot \sqrt{\frac{k}{n \cdot (1 - 0,114 \cdot \frac{1-n}{n})}} \quad [\text{cm}] \quad (2.4)$$

Patrašev [59] und Pavčič [60] reduzieren alle Porenpfade auf die Betrachtung von nur einem repräsentativen kreisrunden Rohr. Für dieses wird der äquivalente Porenkanaldurchmesser  $d_{po}$  mit der Grundgleichung zur Bestimmung der Verlusthöhe bei laminarer Strömung in einem Kreisrohr nach Hagen Poiseuille bestimmt (aus [102]).

$$d_{po} = \sqrt{\frac{32 \cdot \nu \cdot T \cdot k}{g \cdot n_e}} \quad (2.5)$$

$T$  Tortuosität

Patrašev setzt darin die Tortuosität  $T = 1,6/\varphi_1$  ein, mit  $\varphi_1 = 1$  für sandig-kiesige Böden und  $\varphi_1 = 0,35$  bis  $0,40$  für gebrochenes Mineralgemisch. Mit  $\nu = 0,0131 \text{ cm}^2/\text{s}$  und  $g = 981 \text{ cm/s}^2$  ergibt sich mit  $k$  in  $[\text{cm/s}]$  für sandig-kiesige Böden Gleichung 2.6

$$d_{po} = 0,026 \cdot \sqrt{\frac{k}{n_e}} \quad [\text{cm}] \quad (2.6)$$

und für gebrochenes Mineralgemisch Gleichung 2.7 (aus [58]).

$$d_{po} = 0,044 \cdot \sqrt{\frac{k}{n_e}} \quad [\text{cm}] \quad (2.7)$$

Bei der Bestimmung von  $d_{po}$  wird die Lagerungsdichte direkt über den Porenanteil  $n$  und indirekt über den Durchlässigkeitsbeiwert des Bodens  $k$  berücksichtigt. Für die Bestimmung des Durchlässigkeitsbeiwertes gibt Pavčič die empirische Gleichung 2.8 an.

$$k = \frac{4,0 \cdot \varphi_1}{\nu} \cdot \sqrt[3]{C_u} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \cdot d_{17}^2 \quad (2.8)$$

$$C_u \quad \text{Ungleichförmigkeitsgrad } C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$

Gleichung 2.8 ist nicht dimensionstreu. Der Durchlässigkeitsbeiwert  $k$  hat die Dimension [cm/s], wenn  $d_{17}$  in [cm] eingesetzt wird [58]. Durch Einsetzen von  $k$  in die Gleichung 2.5 und Setzen von  $n = n_e$  und  $T = 1,6/\varphi_1$  kann für geschüttete Erdstoffe der äquivalente Porenkanaldurchmesser mit Gleichung 2.9 angegeben werden.

$$d_{po} = 0,455 \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \quad (2.9)$$

$$e = \frac{n}{1-n} \quad (2.10)$$

$e$  Porenzahl

Hier wird anstelle des bisher verwendeten Porenanteils  $n$  die Porenzahl  $e$  verwendet. Die Porenzahl kann mit Gleichung 2.10 aus dem Porenanteil berechnet werden. Neigt der anstehende Boden zur Entmischung, wird ein zusätzlicher Faktor in Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrads  $C_u$  eingeführt, so dass sich die leicht abgewandelten Gleichungen 2.11 und 2.12 ergeben [58].

$$d_{po} = 0,455 \cdot (1 + 0,05 \cdot C_u) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \quad \text{für } C_u \leq 25 \quad (2.11)$$

$$d_{po} = 0,160 \cdot \left(3 + \sqrt[3]{C_u} \cdot \lg(C_u)\right) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \quad \text{für } C_u > 25 \quad (2.12)$$

Basierend auf einer heterosdispersen Kugelschüttung hat Wittmann eine Gleichung zur Bestimmung eines äquivalenten Porenkanaldurchmessers in Abhängigkeit der Lagerungsdichte entwickelt. Hierin ist ein Abminderungsfaktor  $\alpha$  enthalten, der nach Wittmann [97] versuchs-technisch aus einer Probenschnittfläche zu bestimmen ist (Abbildung 2.1 und Gleichung 2.14).

$$d_{po} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \alpha \cdot e \cdot \frac{\sum_{i=1}^m \Delta p_{m,i}}{\sum_{i=1}^m \frac{\Delta p_{m,i}}{d_i^2}}} \quad (2.13)$$



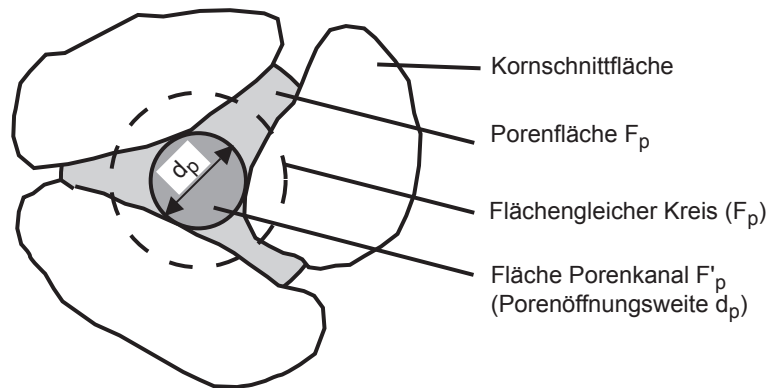


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines Elementes einer Probenschnittfläche mit zugehörigen Definitionen nach Wittmann [97]

mit

$$\overline{F'_p} = \alpha \cdot \overline{F_p} \quad (2.14)$$

$\Delta p_{m,i}$	Massenprozente der i-ten Klasse
$d_i$	Korndurchmesser der i-ten Klasse
$\alpha$	Abminderungsfaktor
$\overline{F_p}$	mittlere Kreisfläche aus Probenschnittfläche
$\overline{F'_p}$	mittlere Porenkanalfläche aus Probenschnittfläche

## 2.3 Die Porenöffnungsweitenverteilung

Nach dieser ersten Modellierung mit der Rohranalogie wurden mathematische Ansätze entwickelt, um die Porenstruktur durch statistische Methoden genauer zu beschreiben. Eine direkte Ableitung von charakteristischen Werten der Porenstruktur war nicht gegeben, so dass empirische Ansätze entwickelt wurden, die sich an indirekten Größen, wie der Korngrößenverteilung und Lagerungsdichte, orientieren. Den Anfang machte hierbei Silveira [84]. Es wird in diesem Ansatz von einer 2D-Betrachtung von drei sich berührenden Kreisscheiben ausgegangen. Dies entspricht bei Silveira einem Schnitt durch die Mittelpunktsebenen der Partikel in einer hexagonalen Kugelpackung (Abbildung 2.2).

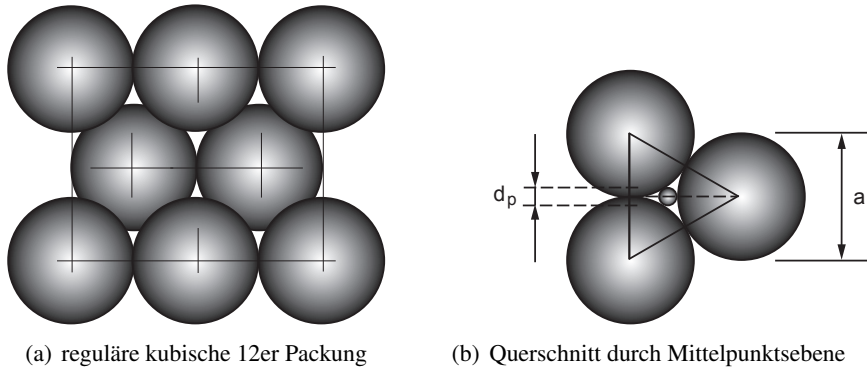


Abbildung 2.2: Kugelpackung bei Annahme der dichtesten Lagerung

Bei Reduzierung auf eine 2D-Ebene wird von in Fließrichtung orientierten Röhren mit variablem Durchmesser ausgegangen (Abbildung 2.3). Diese Annahme bildet die Porenstruktur nicht hinreichend genau ab, da bei den ermittelten Porenöffnungsweiten die Kontaktstellen zwischen den Partikeln nicht richtig erfasst werden. Die Schnittebenen sind willkürlich gewählt, und die resultierenden Öffnungsweiten sind demnach nicht mit Porenengstelle gleichzusetzen. Ein willkürlicher Schnitt durch eine Kugelmittelpunktsebene stellt einen absoluten Sonderfall dar. Im Folgenden werden diese Öffnungsweiten daher als Porenöffnungsweiten und nicht als Porenengstellen bezeichnet.

Die Porenöffnungsweiten ( $r_p$  bzw.  $d_p$ ) werden bei Silveira [84] dadurch bestimmt, dass in den Porenraum von drei sich berührenden Kreisscheiben mit den Radien  $r_1$ ,  $r_2$  und  $r_3$  der größtmögliche Kreis mit Radius  $r_p$  ( $d_p = 2 \cdot r_p$ ) eingeschrieben wird (Abbildung 2.2). Bei der Bestimmung der Porenöffnungsweiten in einem beliebigen Schnitt durch die hexagonale Kugelpackung ist ein mathematisches Verfahren anwendbar, welches zur Erstellung einer „Apollonian Packing“ entwickelt wurde. Zur Berechnung des eingeschriebenen Kreisdurchmessers wurde hierfür von René Descartes 1634 die Gleichung 2.15 entwickelt, die 1936 von Sir Frederick Soddy wieder entdeckt wurde [5].

$$\begin{aligned}
 & 2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{r_1} \right)^2 + \left( \frac{1}{r_2} \right)^2 + \left( \frac{1}{r_3} \right)^2 + \left( \frac{1}{r_p} \right)^2 \right] \\
 & = \left[ \left( \frac{1}{r_1} \right) + \left( \frac{1}{r_2} \right) + \left( \frac{1}{r_3} \right) + \left( \frac{1}{r_p} \right) \right]^2
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

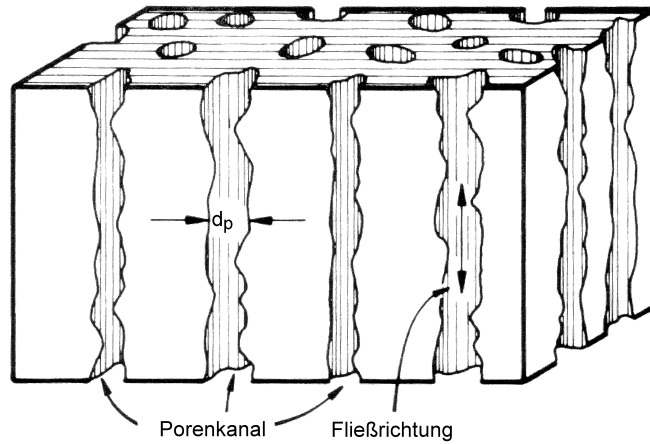


Abbildung 2.3: In Fließrichtung orientierte Röhren mit variablen Porenöffnungsweiten [94]

Silveira geht in seinem ersten Ansatz von der Massenkorngrößenverteilung aus, um die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens einer Kombination aus drei Kreisscheiben im Erststoffgefüge und demnach der Wahrscheinlichkeit der sich daraus ergebenden Porenöffnungsweiten zu ermitteln. Dazu wird die Korngrößenverteilungslinie in  $m$ -Klassen eingeteilt. Der den einzelnen Klassen  $m$  zugeordnete Korndurchmesser  $d_{i,j,k}$  hat eine Auftretenswahrscheinlichkeit  $\Delta p_{i,j,k}$  (siehe Abbildung 2.4). Für sämtliche Kombinationen der Dreiergruppe  $d_{i,j,k}$  lässt sich nach Gleichung 2.15 die Porenöffnungsweite bestimmen und mit Gleichung 2.16 die zugehörige Auftretenswahrscheinlichkeit  $p_{öff}$ . Jede Koordinate ( $d_p/p_{öff}$ ) entspricht einem Punkt auf der Porenöffnungsweitenverteilung.

$$p_{öff} = \frac{3!}{t_i! \cdot t_j! \cdot t_k!} \cdot \Delta p_i^{t_i} \cdot \Delta p_j^{t_j} \cdot \Delta p_k^{t_k} \quad (2.16)$$

$\Delta p_{i,j,k}$	Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Korndurchmesser $d_{i,j,k}$
$t_{i,j,k}$	Anzahl der Durchmesser $d_{i,j,k}$ in der Dreiergruppe, wobei $t_i + t_j + t_k = 3$
$p_{öff}$	Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenöffnungsweite, die sich für die Dreiergruppe $d_{i,j,k}$ ergibt.

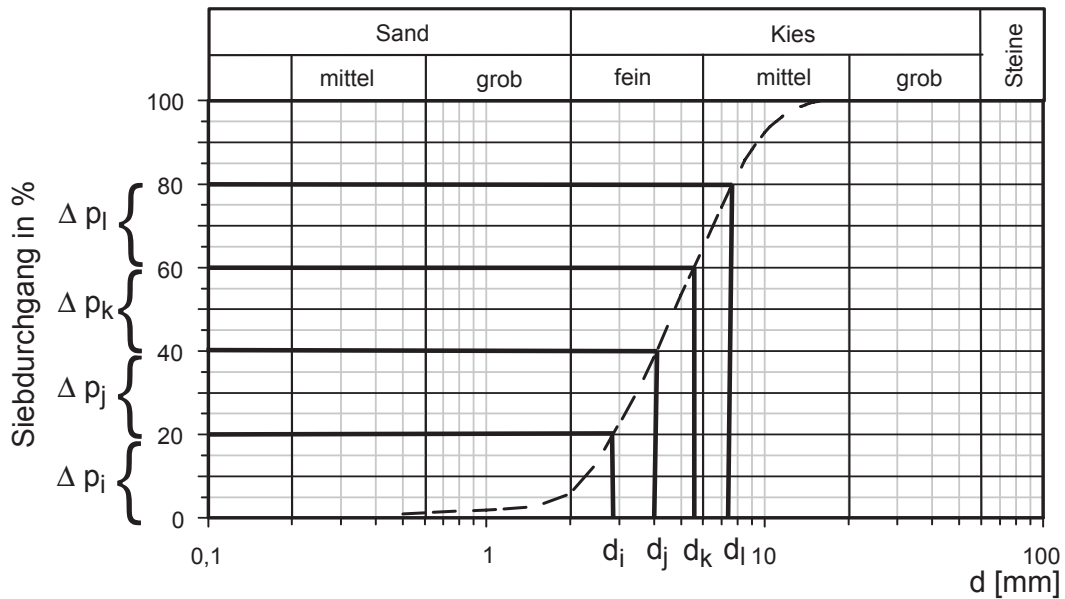


Abbildung 2.4: Einteilung der Korngrößenverteilung in Klassen  $d_{i,j,k}$  und zugehörige Wahrscheinlichkeiten  $p_{i,j,k}$

Die Verwendung der Massenkorngrößenverteilung wurde von Ziems kritisiert, da die feineren Fraktionen durch dieses Vorgehen stark unterrepräsentiert sind. Die Berechnung der Porenöffnungsweitenverteilung aus der Anzahlverteilung (Gleichung 2.21) wird von Ziems daher favorisiert. Die Annahme der dichtesten Lagerung (drei sich berührende Kreisscheiben) ist für Böden unzutreffend. Homodisperse Böden liegen vorwiegend in lockerster und heterodisperse in mitteldichter bis dichter Lagerung vor [102].

Die Berücksichtigung der Lagerungsdichte wurde später durch die Betrachtung von vier Kreisscheiben weiter angenähert ([57, 70] und [83]). International haben sich die Ansätze nach Muckenthaler und Schuler durchgesetzt, die eine Weiterentwicklung von Silveira [83] sind. Während Muckenthaler weiterhin die Anzahlverteilung betrachtet, benutzt Schuler [70] die Oberflächenverteilung (Gleichung 2.22) als maßgebende Eingangsgröße. Schuler [70] geht davon aus, dass die Korn zu Korn Kontakte und somit die Porenöffnungsweiten durch die Oberflächenverteilung bestimmt werden. Die Lagerungsdichte  $D$  wird durch die Variation des Winkels  $\alpha$  beeinflusst (Abbildung 2.5). Jeder beliebige Porenanteil  $n$  wird dadurch erreicht, dass  $\alpha$  so gewählt wird, dass sich die Porenkanalfläche  $F'_p$  ergibt. Nach Schuler [70] besteht zwischen  $F'_p$  und  $n$  der Zusammenhang 2.17. Weitere Ansätze zur Berücksichtigung der Lagerungsdichte werden von Locke et al. [46], der auf Humes [32] verweist, und Reboul [65] vorgestellt.

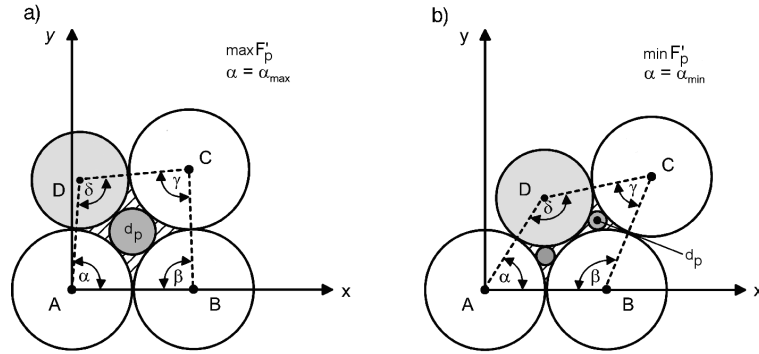


Abbildung 2.5: Porenöffnungsweite ( $d_p$ ) nach Schuler für a) lockerste und b) dichteste Lagerung [48]

Diese Ansätze gehen von der berechneten Porenöffnungsweitenverteilung für lockerste bzw. dichteste Lagerung aus und korrigieren diese für die Fraktilwerte der Porenöffnungsweiten.

$$D = \frac{\max n - n}{\max n - \min n} = \frac{\max F'_P - F'_P}{\max F'_P - \min F'_P} \quad (2.17)$$

$$\equiv F'_P = \max F'_P - D \cdot (\max F'_P - \min F'_P)$$

$\min F'_P, \max F'_P$       maximale und minimale Porenkanalfläche  
 $\min n, \max n$       Porenanteil bei lockerster bzw. dichtester Lagerung

Im Gegensatz zu Muckenthaler [57] reduziert Schuler [70] den Durchmesser einer Kreisscheibe. Dafür setzt er den Ersatzradius  $r_{äqui}$  ein, der sich aus einer mittleren Schnittkreisfläche  $\bar{S}$  ergibt.  $\bar{S}$  ist das arithmetische Mittel aller möglichen Schnitte durch eine Kugel nach der Gleichung 2.18 nach Wittmann [97].

$$\bar{S} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{kugel}^2}{3} \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow r_{äqui} = r_{Kugel} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Dies kommt formal der Verschiebung einer Kugel in der dritten Hauptachsenrichtung gleich. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens dieser Kombination aus vier Kugeln ergibt sich aus Gleichung 2.19.

$$p_{\text{öff}} = \frac{4!}{t_i! \cdot t_j! \cdot t_k! \cdot t_l!} \cdot \Delta p_i^{t_i} \cdot \Delta p_j^{t_j} \cdot \Delta p_k^{t_k} \cdot \Delta p_l^{t_l} \quad (2.19)$$

Durch Annahme der Kugelform für die Einzelpartikel kann die Massenkorngrößenverteilung in eine Volumen-, Anzahl- oder Oberflächenverteilung umgerechnet werden. Unter Annahme, dass jede Kornfraktion die gleiche Korndichte aufweist, entspricht die Volumenverteilung der Massenverteilung (Gleichung 2.20). Die Anzahlverteilung ergibt sich für gleiche Korndichten aus Gleichung 2.21 und die Oberflächenverteilung aus Gleichung 2.22.

$$q_{v,i} = \frac{\frac{q_{m,i}}{\rho_{s,i}}}{\sum_{i=1}^f \frac{q_{m,i}}{\rho_{s,i}}} \quad (2.20)$$

$$q_{n,i} = \frac{\frac{q_{m,i}}{\bar{d}_i^3}}{\sum_{i=1}^f \frac{q_{m,i}}{\bar{d}_i^3}} \quad (2.21)$$

$$q_{o,i} = \frac{q_{m,i}}{\bar{d}_i \cdot \sum_{i=1}^f \frac{q_{m,i}}{\bar{d}_i}} \quad (2.22)$$

$q_{m,i}$	Massenanteil der Fraktion i
$q_{v,i}$	Volumenanteil der Fraktion i
$q_{n,i}$	Anzahlanteil der Fraktion i
$q_{o,i}$	Oberflächenanteil der Fraktion i
$f$	Anzahl der Fraktionen i
$\bar{d}_i$	geometrisch mittlerer Korndurchmesser $\bar{d}_i = \sqrt{d_{i,min} \cdot d_{i,max}}$ der Fraktion i begrenzt durch die Korndurchmesser $d_{i,min}$ und $d_{i,max}$
$\rho_{s,i}$	Korndichte der i-ten Fraktion

Untersuchungen von Schulze [73] haben gezeigt, dass eine Korrelation zwischen der Porenengstellenverteilung nach Silveira [84] und der Anzahlverteilung besteht. Schulze [72] schlägt vor, die Porenengstellenverteilung durch die empirische Gleichung 2.23 zu ermitteln.

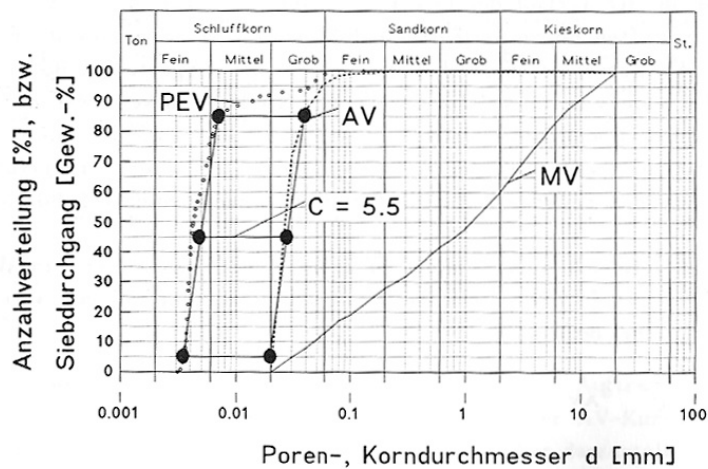


Abbildung 2.6: Näherungsweise Ermittlung der Porenengstellenverteilung aus der Anzahlverteilung nach Schulze [73]

$$d^{PEV} = \frac{1}{c} \cdot d_{anz} \quad (2.23)$$

$c$  konstantes Abstandsverhältnis  
 $d_{anz}$  Korndurchmesser der Anzahlverteilung

Das Abstandsverhältnis  $c$  beträgt darin für ungleichförmige Böden  $c = 5,5$  und für gleichförmige Böden  $c = 6,5$ . Im oberen Bereich ergibt sich nach Schulze eine Abweichung zwischen der empirisch bestimmten Porenengstellenverteilung nach Silveira [83] und seiner vereinfachten Gleichung 2.23 (Abbildung 2.6). Diese Abweichung wird von Schulze nicht weiter untersucht, da er davon ausgeht, dass zur Beurteilung der Eindringfähigkeit von Injektionsgut in einen Boden nur der untere Teil der Porenengstellenverteilung maßgebend ist.

## 2.4 Schlussfolgerungen 2D-Porenstrukturanalyse

Die anschauliche Betrachtungsweise von in Strömungsrichtung orientierten Röhren ist sehr einfach in ihrer Handhabung, birgt jedoch auch wesentliche Schwächen bei der Beurteilung von Materialtransportprozessen. Der Partikeltransport innerhalb eines Gefüges ist entlang von präferenziellen Porenpfaden orientiert. Diese ergeben sich durch Anströmgeschwindigkeit, Mikroturbulenzen und intergranulare Kräfte. Durch Blockierung einzelner Porenpfade werden im Porensystem neue präferenzielle Porenpfade geschaffen. Diese neuen präferenziellen Porenpfade sind bei Betrachtung einer eindimensionalen Durchströmung nicht modellierbar [94].

Eine 2D-Analyse bildet die Porenstruktur nicht hinreichend genau ab, da bei den ermittelten Porenöffnungsweiten aus 2D-Gefügestrukturbetrachtung Kontaktstellen zwischen den Partikeln nicht richtig erfasst werden. Die Schnittebenen sind vielmehr willkürlich gewählt. Dies beschreibt nicht die reale Porenstruktur. Die resultierenden Porenöffnungsweitenverteilungen sind nicht mit einer Porenengstellenverteilung gleichzusetzen, da z. B. der Schnitt in der Kugelmittelpunktebene einen absoluten Sonderfall darstellt. In der Regel ist die Anzahl und Lage der Kontaktstellen in Abhängigkeit der Packungsdichte zu sehen. Die absoluten Minima und somit die maßgebenden Porenengstellen entlang eines Porenpfades werden in einer 2D-Betrachtung nicht bestimmt bzw. deren Anzahl unterschätzt. Diese sind jedoch für Erosionsphänomene ausschlaggebend. Ferner hat bereits Ziemss festgestellt, dass die ermittelten Porenöffnungsweiten nur für suffosionssichere Böden ihre Gültigkeit besitzen [102]. Sind die feineren Fraktionen nicht mehr strukturbildend, sondern im Porenraum der Grobkornfraktion eingelagert, so sind lediglich die Porenpfade der strukturbildenden Kornfraktionen für Erosionsprozesse von Belang. Lemcke [43] beschränkt die Anwendbarkeit sogar auf Böden mit einem Ungleichförmigkeitsgrad von  $C_U < 7$ , da er davon ausgeht, dass für Böden mit  $C_U > 7$  bereits nicht mehr alle Partikel strukturbildend sind. Die relevante Porenstruktur zur Beschreibung von suffosiven Transportphänomenen kann nur durch 3D-Gefügestrukturbetrachtungen ermittelt werden. Hierzu ist es notwendig, die potenziell mobilen Kornfraktionen zu bestimmen und die für Materialtransportprozesse relevante Porenstruktur anschließend zu extrahieren und zu analysieren.



---

## Kapitel 3

# 3D-Poren- und Gefügestrukturanalyse

### 3.1 Übersicht über Methoden

Die spezifischen Fragen bezüglich Materialtransportprozessen können mit 2D-Strukturbetrachtungen nicht ausreichend genau beantwortet werden (Kapitel 2.4). 3D-Strukturbetrachtungen sind notwendig, stellen jedoch in Böden eine sehr komplexe Aufgabenstellung dar. In der experimentellen Ermittlung von 3D-Porenstrukturparametern ist eine der bekanntesten Methoden die Quecksilberporosimetrie. Mit dieser Methode werden jedoch lediglich mittlere Porenöffnungsweitenverteilungen ermittelt. Darüber hinaus wird die Gefügestruktur in Böden durch den benötigten Injektionsdruck verändert und aufgelockert. Die Konsequenz ist, dass die Porenöffnungsweitenverteilungen überschätzt werden. Eine weitere Verfahrensweise, die z. B. von Witt [94] durchgeführt wurde, ist die Analyse der 3D-Porenstruktur mit Porenabdrücken (Abbildung 3.1). Dies erlaubt eine relativ genaue Vorstellung einer 3D-Porenstruktur. Realisierbar ist dieses Verfahren aber nur für enggestufte Böden und Böden, die mindestens einem Kies entsprechen.

Eine schichtweise Aufnahme und Visualisierung einer Struktur kann zerstörungsfrei mit bildgebenden Verfahren wie der Computertomographie (CT) durchgeführt werden. 3D-Porenstrukturanalysen mit bildgebenden Verfahren wurden bereits für poröse Materialien wie z. B. Keramiken oder Fels erfolgreich eingesetzt (u. a. [2, 3, 7, 14, 16, 41]). Die Porenstruktur von enggestuften Böden (Kies, Glas) wurden erstmalig mit kernspintomographischen Aufnahmen von Glantz [23, 24] untersucht und mit einem mathematisch-morphologischen Ansatz beschrieben. Methoden zur Visualisierung, Parametrisierung und Bildverarbeitung einer Gefüge- und

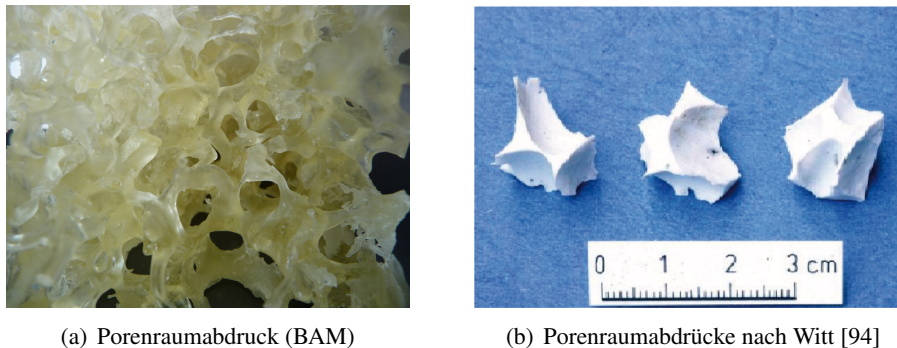


Abbildung 3.1: 3D-Porenstrukturanalyse mit Porenraumabdrücken

Porenstruktur von weitgestuften Böden wurden erstmals von der BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung Berlin (BAM) in Zusammenarbeit mit dem Zuse-Institut Berlin (ZIB) innerhalb des DFG Forschungsprojektes „Bedingungen suffosiver Erosionsphänomene in Böden“ (SUFFOS) entwickelt und angewandt. Neue Bildverarbeitungsalgorithmen wurden hierzu in das Programm Amira implementiert [30, 86], um eine Analyse und Visualisierung der Gefüge- und Porenstruktur zu realisieren (Kapitel 3.2).

Die Probenvorbereitung für CT-Aufnahmen und die Aufnahmen an sich sind sehr labor- und zeitintensiv. Eine sinnvolle Analyse der Gefüge- und Porenstruktur stellt daher eine Kombination aus bildgebenden Verfahren und generierten Strukturen dar. Die Modellierung eines beliebigen Bodens unter spezifischen Randbedingungen ist mit geeigneten Algorithmen immer möglich und ist daher eine sinnvolle Ergänzung und Alternative zur Visualisierung. Eine Generierung von Packungen weitgestufter Böden wurde im Rahmen des oben genannten DFG Forschungsprojektes von der Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig (HTWK) entwickelt (Kapitel 3.3). CT-Aufnahmen sind darüber hinaus essentiell zur Eichung generierter Gefügestrukturen und zur Fehlerabschätzung bei den relevanten Ausgabeparametern.

Ein Ansatz zur Berechnung von Porenengstellenverteilungen mit 3-dimensionalen Kugelpackungen wurde auch von Reboul entwickelt [65, 66]. Der Berechnungsalgorithmus besteht in der Kopplung einer Diskreten Element Methode (Particle Flow Code <sup>1</sup>) mit der Methode der Delaunay Triangulation. Als Erstes werden hierbei Kugeln in einer Box zufallsverteilt und später in ihrer Lage positioniert. Dieses „Einrieseln“ von Körnern in eine Box kommt einer lockersten Lagerung gleich. Die dichteste Lagerung wird über die Simulation einer Auflast von  $50 \text{ kN/m}^2$  erreicht. Randeffekte können dabei nicht ausgeschlossen werden. Die Lagerungsdichten in der Nähe der Systemränder stellen sich im Verhältnis zum restlichen Volumen locke-

<sup>1</sup>weitere Informationen dazu unter <http://www.itasca.de/>

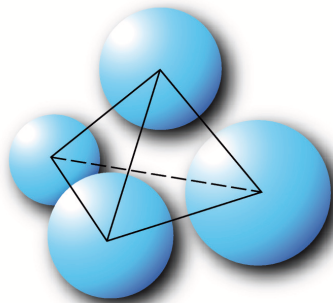


Abbildung 3.2: 3D-Element von Delaunay

rer ein. Diese Randbereiche werden von Reboul in der Auswertung nicht betrachtet, sondern rechentechnisch entfernt. Nachdem die Positionen der einzelnen Kugeln im System bekannt sind, werden die Kugelmittelpunkte durch eine Delaunay-Triangulation miteinander verbunden, so dass sich daraus Tetrahedra ergeben (Abbildung 3.2). Die Porenengstellen werden so bestimmt, dass Kugeln in die Porenöffnungsweiten entlang der Kanten des Tetrahedrons eingeschrieben werden. Eine genaue Analyse der gesamten Porenstruktur ist mit dem Verfahren nach Reboul allerdings nicht möglich, da durch die Delaunay-Triangulation der gesamte Porengraph nicht erfasst werden kann, sondern lediglich die Korn zu Korn Abstände entlang der Kanten des Tetrahedrons. Genauso wenig sind beliebige vorgegebene Lagerungsdichten realisierbar. Durch das Vorgehen von Reboul wird ein Porenengstellenverteilungsband angegeben, welches eine obere (lockerste Lagerung) und untere (dichteste Lagerung) Grenze für die Porenengstellenverteilung angibt. Der Einfluss von Randeffekten auf die gesamte Packungsstruktur ist nicht verifizierbar. So können Effekte durch Gewölbewirkung nicht vollends ausgeschlossen werden. Eine Validierung der Packungsstruktur mit CT-Aufnahmen wurde nicht durchgeführt. Inwiefern die so generierten Packungsstrukturen die Realität adäquat abbilden, ist fraglich.

### 3.2 3D-Strukturanalyse an CT-Aufnahmen

An der BAM wurden im Zuge der ersten Bewilligungsphase des DFG Forschungsprojektes „SUFFOS“ CT-Aufnahmen von Probekörper aus Glaskugeln und Modellböden realisiert. Eine besondere Aufmerksamkeit galt der Probennahme und Probenvorbereitung. Das Ziel besteht darin, eine Probe zu erstellen, die der Realität am nächsten kommt. Unterschiedliche Verfahren zum Verdichten und Einbetten in Harz wurden getestet. Zur Validierung wurden die Aufnahmen mit denjenigen aus ungestörten Proben des Oberrheingraben verglichen. Die ungestörten

Proben wurden mittels Gefrierkernverfahren von der Bundesanstalt für Wasserbau entnommen und an die BAM übergeben.

Als optimale Probengröße hat sich eine Abmessung von 60 mm Durchmesser und 60 mm Probenhöhe bewährt. In der Aufnahme der Gefügestruktur ist immer ein Kompromiss zwischen Auflösung und Probengröße zu finden. Werden größere Probenkörper verwendet, ist eine Erhöhung der Röntgenstrahlung notwendig. Dies bedingt jedoch eine geringere Auflösung. Die Aufnahmen der Proben wurden mit dem von der BAM entwickelten CT-Scanner und einer Auflösung von  $35\ \mu\text{m}$  realisiert (Abbildung 3.3). Dies ermöglicht, dass theoretisch Strukturen ab  $35\ \mu\text{m}$  differenziert werden können. Durch Rauschen und Partialvolumeneffekte ist ein Extrahieren der Gefügestruktur jedoch in dieser Auflösung nicht möglich.

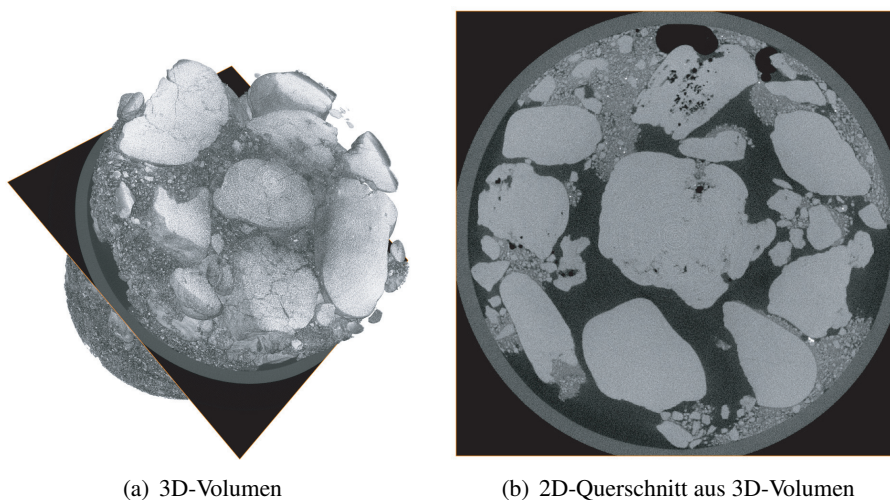
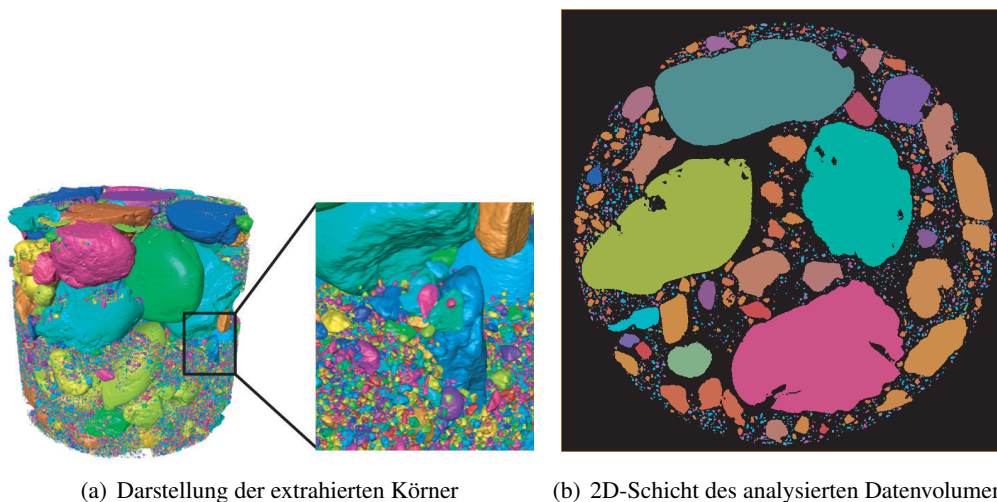


Abbildung 3.3: Originaldaten aus einem Micro-CT-Scan einer Probe mit 6 cm Durchmesser und 6 cm Probenhöhe [30]. Hell sind hierbei die Körner dargestellt und dunkel der Porenraum.

Die Bildanalyse umfasst in einem ersten Schritt die Erfassung der Gefügestruktur aus CT-Aufnahmen. Dazu ist es notwendig, die einzelnen Partikel in ihrem Volumen, ihrer Lage, ihrer Form und ihrer Orientierung zu erfassen. Die Partikel und das Epoxidharz werden durch unterschiedliche Dichten mit unterschiedlichen Grauwerten im CT-Bild dargestellt. Mit Filtern zur Rauschunterdrückung und Kontrastverbesserung (Sigmoid, Median) und einem Schwellwertfilter ist eine Segmentierung möglich. Das Resultat ist ein binärer Bilddatensatz, in der die Partikel im Vordergrund und das Epoxidharz im Hintergrund separat erfasst werden. Mit einer Nachverarbeitung werden anschließend alle intergranularen Poren rechentechnisch eliminiert, um Fehlerquellen bei der weiteren Bildverarbeitung zu vermeiden. Nach der Segmentierung werden die einzelnen Partikel mit diversen Methoden (Wasserscheidentransformation, mor-

phologische Filter) separiert und gekennzeichnet. Partikel, die durch Mikrorisse versehentlich getrennt werden, werden anschließend wieder zusammengefügt [30]. Die Lage der separierten Partikel wird über den Massenschwerpunkt der Voxel, die einen Partikel repräsentieren, eindeutig festgelegt. Das Volumen eines Partikels ergibt sich durch die Anzahl der Voxel und der Auflösung (Voxelgröße), die den Partikel repräsentieren, und die Form über die räumliche Verteilung der Voxel an sich. Abbildung 3.4 zeigt das Ergebnis einer so analysierten Teilmenge eines Micro-CT-Datensatzes, in welchem die Partikel entsprechend ihrer Kennzeichnung (ID) coloriert dargestellt werden.



(a) Darstellung der extrahierten Körner

(b) 2D-Schicht des analysierten Datenvolumens

Abbildung 3.4: Ergebnis eines analysierten CT-Datensatzes nach [30]. Jeder Partikel ist entsprechend seiner Identität farblich gekennzeichnet.

Aus dem erhaltenen Datensatz können einerseits die Volumenkorngößenverteilungen generiert und mit experimentell ermittelten Massenkorngrößenverteilungen verglichen werden. Dabei hat sich gezeigt, dass Korngrößen im Millimeterbereich mit hoher Präzision extrahiert werden können, während kleinere Partikelgrößen durch Rauschen und Partialvolumeneffekte bisher nicht mit der erforderlichen Genauigkeit erfasst werden können [30]. Bei einer Auflösung von  $35\ \mu\text{m}$  sind die Probengrößen auf einem Durchmesser von 6 cm beschränkt. Für weitgestufte Korngrößenverteilungen sind diese Probengrößen meist nicht mehr statistisch repräsentativ.

Die Auswertung der Porenstruktur basiert auf der Extremalstruktur der Distanztransformation. Ausgangspunkt ist der binäre Bilddatensatz der Gefügestruktur aus der Segmentierung, wie oben beschrieben. Das Ergebnis beinhaltet die Distanz von jeder Position im Porenraum zur Oberfläche des nächsten Partikels. Alle Punkte innerhalb der Partikel haben ein negatives Vorzeichen. In einer Verarbeitungskette werden die Extremalstrukturen angenähert. Hierfür wer-

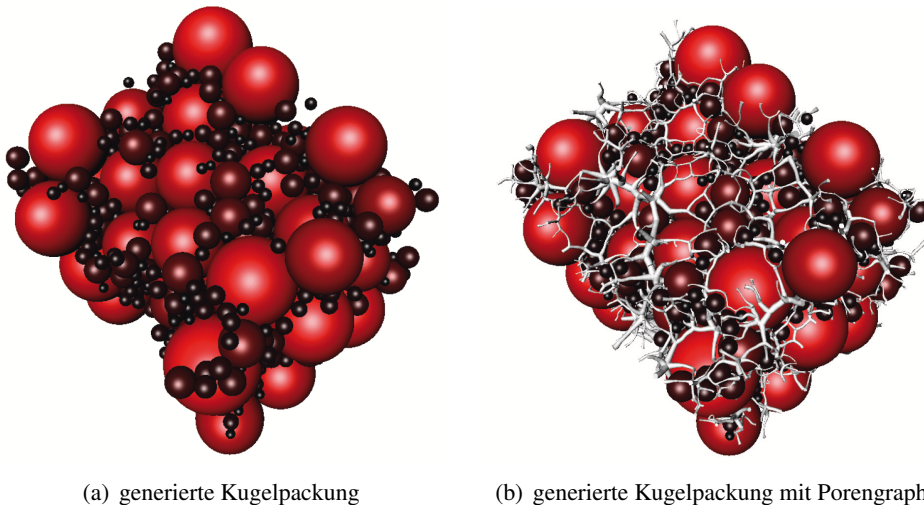


Abbildung 3.5: Visualisierung einer generierten Kugelpackung und Porengraph mit Amira [86] aus diskreter Porenraumanalyse (ZIB & HTWK)

den die identifizierten Partikelregionen aus der Segmentierung auf der Distanztransformation propagiert. Das Ergebnis sind voronoiähnliche Zellen der Partikel, deren Grenzen zwischen mindestens drei Partikeln als Porenpfade oder Porenzentren extrahiert und in einen Porengraphen übertragen werden [54]. Die Distanztransformation kann ebenfalls auf synthetisch generierte Gefüge (siehe Kapitel 3.3) angewendet werden [54]. Abbildung 3.5 zeigt exemplarisch einen Porengraph, der durch die Distanztransformation ermittelt wurde. Unter Porengraph wird hierbei die gesamte Porenstruktur, d. h. das Netz aller Porenpfade, verstanden. Der Porengraph repräsentiert die Porenpfade, Porenzentren und Porenengstellen. An jedem Punkt des Porengraphen sind über die Distanztransformation die Radii bekannt.

### 3.3 3D-Strukturanalyse an zufallsbedingten Kugelpackungen

Ausgehend von einem statistisch-heuristischen Algorithmus zur Gefügemodellierung von Beton ist im Rahmen des DFG Forschungsprojektes „Bedingungen suffosiver Erosionsphänomene in Böden“ eine Anpassung des Algorithmus an die Generierung von Modellgefügen weitgestufter Böden durch die Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig (HTWK) durchgeführt worden. Die Gefügestruktur der Zuschlagsstoffe im Beton und die dabei auftretende Bodenstruktur unterscheiden sich wesentlich von realen Gefügestrukturen in Böden.

Die Zuschlagsstoffe sind durch eine Mörtelmatrix umschlossen, und im Gegensatz zu Boden kommen Kornkontakte nur in Ausnahmefällen vor.

Ein Kornhaufwerk weist im Gegensatz zu Beton unzählige Korn-zu-Korn-Kontakte auf, die im Modell nachzubilden sind. Der bestehende statistisch-heuristische Algorithmus musste somit unter Berücksichtigung der Gravitationskräfte und der in Böden vorhandenen Partikelkontakte angepasst werden. Jedes Einzelkorn im System ist demnach zu überprüfen und eine „stabile Lage“ zu generieren. Ein Partikel befindet sich in einer „stabilen Lage“, wenn er mindestens durch drei Kontaktstellen zu Nachbarpartikeln in Richtung der Schwerkraftwirkung tiefer liegenden Ebenen gestützt wird. Die generierten Partikelmodelle bilden die Grundlage zur Gefüge- und Porenstrukturanalyse [54].

Mit dem angepassten Algorithmus können in dem Programm PorePathHTWK v1.0 bisher 3D-Gefüge mit kugelförmigen Partikeln in quaderförmigen Probekörpern generiert werden (Abbildung 3.6a). Als Eingangsparameter ist es möglich, neben der Lagerungsdichte (Kornvolumenanteil) wahlweise die Volumen-, Oberflächen- oder Anzahlverteilung zur Generierung des Kornhaufwerks zugrunde zu legen. Ausgehend von der größten Kornfraktion werden äquivalente Kugeln mit dem stochastisch-heuristischen Algorithmus zufallsverteilt einem vorgegebenen Volumen zugewiesen. Ausgehend von der Startposition werden die Kugeln bis maximal doppelten maximalen Korndurchmesser verschoben und mögliche stabile Lagen überprüft. Dabei ist eine Überlappung der generierten Kugeln untereinander oder der Systemränder nicht erlaubt. Werden stabile Lagen gefunden, wird eine davon zufallsbedingt gewählt. Im Falle, dass keine stabile Lage gefunden werden kann oder eine Überlappung unumgänglich wäre, wird eine neue Startposition zufallsbedingt generiert. Dies wird so lange wiederholt, bis eine stabile Lage gefunden wird oder nach einer maximalen Anzahl an Versuchen keine Positionierung möglich ist. Die maximale Anzahl an Versuchen kann im Vorfeld definiert werden. Als Kontrollparameter wird die generierte Korngrößenverteilung und der Kornvolumenanteil ausgegeben und kann mit den Eingangsparametern verglichen werden. Dies ist notwendig, um die statistische Repräsentativität des generierten Kornhaufwerks zu überprüfen.

Nachdem die Gefügestruktur generiert wurde, kann diese weiter analysiert werden. Bei der Beurteilung von Rückhalte- und Transportmechanismen ist die Analyse der Porenstruktur maßgebend. Zur Beurteilung der Abstände zwischen einzelnen Partikeln wurde die Methode der *Medial Axis* und der *Bisektoren* verwendet. Durch diese Methode können einerseits komplette Porengraphen analysiert und andererseits Porenpfade und die Porenengstellen als Minima entlang von Porenpfaden erfasst werden. Zwei Partikel seien im Folgenden die Objekte  $O_1$  und  $O_2$  im  $\mathbb{R}^3$ . Der Bisektor ist in 3D eine Ebene von welcher jeder Punkt dieser Ebenen den gleichen Abstand zu den Objekten  $O_1$  und  $O_2$  hat [62]. Es ist jedoch nicht immer möglich, die einzelnen Objekte (Partikel) voneinander abzugrenzen. In diesem Fall können die Bisektoren mit der Symmetriemenge (symmetry set) ersetzt werden. Dies entspricht der Schnittfläche zwischen



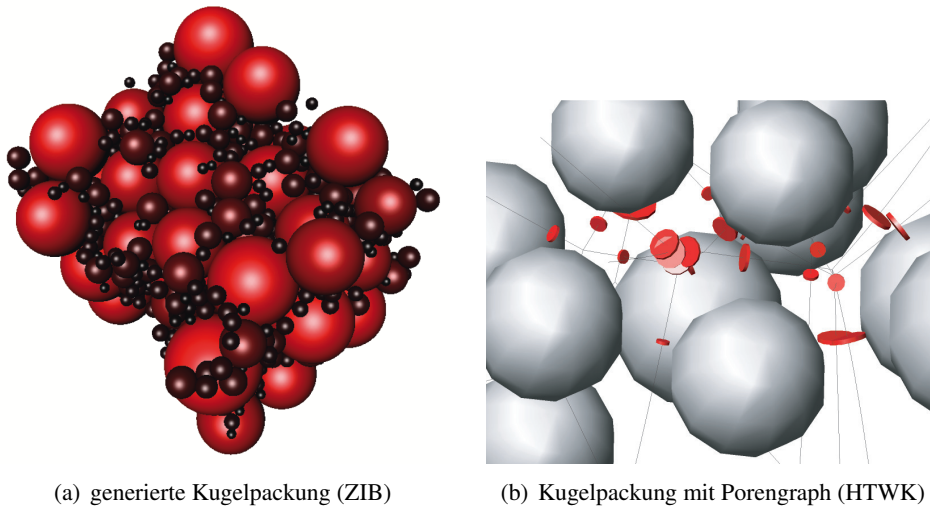


Abbildung 3.6: Visualisierung einer generierten Kugelpackung und generierte Kugelpackung mit Porengraph. Die Scheiben repräsentieren die Lage und Durchmesser der Porenengstellen.

beiden Objekten. Die Schnittpunkte bzw. -kurven der Symmetriemenge bzw. Bisektoren ergeben die Medial Axis, die die einzelnen Porenpfade in einem Porengraph zusammenfassen (Abbildung 3.7).

Exemplarisch zeigt Abbildung 3.6b das Ergebnis eines so extrahierten Porengraphen aus einer Kugelpackung (Abbildung 3.6a). Die Analyse der einzelnen Abstände zu benachbarten Partikeln entlang der einzelnen Porenpfade ist anschließend möglich. Die minimalen Abstände zu benachbarten Partikel entlang der einzelnen Porenpfade sind die Porenengstellen, die getrennt detektierbar sind und in Abbildung 3.6b als Scheiben dargestellt werden. Der Durchmesser der Scheibe entspricht dem Porenengstellendurchmesser, und die Lage ist durch die Position der einzelnen Scheiben bekannt. Zur besseren Darstellung des Porenstruktur sind die Partikel auf 75% der Ausgangsgröße und die Porenengstellen auf 40% reduziert, so dass ein besserer Blick in die Struktur möglich ist [54].



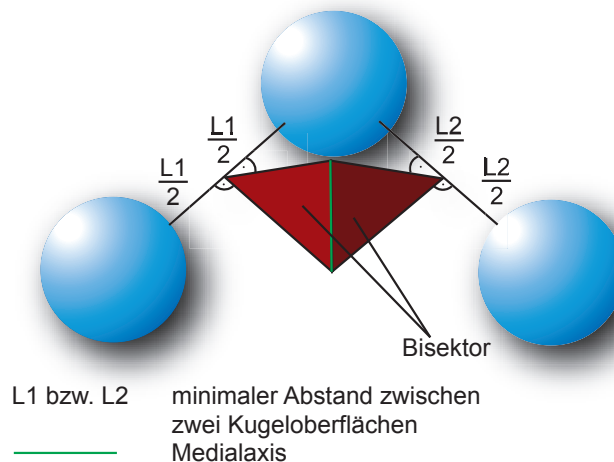


Abbildung 3.7: Schema zur Darstellung der Medial Axis und der Bisektoren. Dargestellt ist ein Ausschnitt der Bisektoren.

### 3.4 Schlussfolgerungen 3D-Poren- und Gefügestrukturanalyse

Die Literaturrecherche und die aktuelle Forschung zum Thema Gefüge- und Porenstruktur zeigen, dass es zum jetzigen Zeitpunkt nicht möglich ist, die Porenstruktur weitgestufter Böden sowie die Anteile an mobilen Kornfraktionen innerhalb einer Gefügestruktur mit der erforderlichen Wirklichkeitsnähe und Präzision zu beschreiben. Die Forschungsaktivitäten des Forschungsprojektes SUFFOS<sup>2</sup> zur Erfassung und Auswertung relevanter Gefüge- und Porenstrukturparameter suffosiver Böden ist zielführend, jedoch noch nicht abgeschlossen. Die Micro-CT-Datensätze der BAM, die an weitgestuften Böden ermittelt wurden, liegen Probengrößen mit einem Durchmesser von 6 cm und 6 cm Probenhöhe zugrunde. Die resultierenden Datensätze sind jedoch statistisch nicht repräsentativ. Es ist vorerst nur möglich, basierend auf generisch erzeugten Gefügestrukturen, Porenstrukturen aus statistisch repräsentativen Elementgrößen abzuleiten. Die Generierung der Gefügestruktur mit dem Programm PorePath-HTWK v1.0 der HTWK Leipzig (Kapitel 3.3) ist dabei das einzige bekannte Modellierungsverfahren, das beliebige Porenanteile berücksichtigen kann und durch die Methode der Gefügeanordnung ein Minimum an Randeffekten erwarten lässt. Unter Annahme, dass ein Gefüge aus enggestuftem Kies betrachtet wird, kann auf die Ergebnisse von Glantz und Witt zurückgegriffen werden.

<sup>2</sup><http://www.suffos.bam.de/de/>



---

## Kapitel 4

# Innere Suffosion

### 4.1 Begriffsdefinitionen

In der Geotechnik wird heute unter Suffosion das Umlagern bzw. der Transport der Feinkornfraktion aus einem Grobkornskelett verstanden. Kommt es zu einem Feststofftransport innerhalb eines Korngefüges, bedingt dies an dieser Stelle eine Erhöhung der Durchlässigkeit  $k$  und des Porenanteils  $n$ , während die Raumdichte des Bodengefüges abnimmt (vgl. [11] und [44]). Im Falle der inneren Suffosion kommt es entweder zu einer Partikelumlagerung, indem die mobilen Partikel an anderer Stelle kolmatieren, oder sie werden durch äußere Suffosion bzw. Kontaktsuffosion abtransportiert (Abbildung 4.1). Unter dem Begriff Abtransport wird dabei der Transport von Bodenpartikeln aus dem betrachteten Bodenvolumen verstanden.

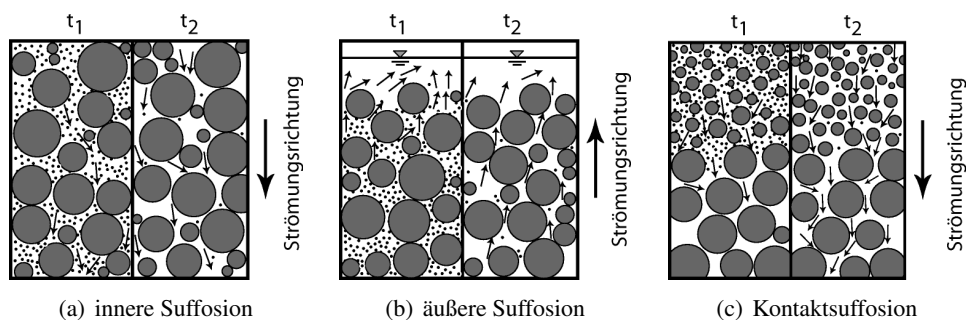


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Suffosionserscheinungen nach Ziem's [102] für die Zeitschritte  $t_1$  und  $t_2$ .

Ein Studium der Literatur über Partikeltransport durch hydrodynamische Beanspruchung zeigt, dass eine einheitliche Definition bzw. Schreibweise für Suffosion nicht existiert. Die Schreibweisen für Suffosion entstammen dem Lateinischen. Dabei sind zwei unterschiedliche Ursprünge bekannt. Zum einen *suffodere* (*suffodio*, *-fodi*, *fossus*), was übersetzt untergraben, unterwühlen oder unterminieren bedeutet [102]. Zum anderen *suffundere* (*suffundo*, *-fudi*, *-fusum*), was sich mit untergießen, durchströmen lassen, an/auf/in etwas hineingießen übersetzen lässt [102]. International finden sich daher Schreibweisen wie Suffosion, Suffossion, Suffussion oder Suffusion, die entweder die Begriffe *suffodere* und *suffundere* vermischen oder nur eines der lateinischen Wörter beinhalten. Es wird im Folgenden die Schreibweise „Suffosion“ favorisiert, da dieses Wort die Art des Materialtransportes am besten beschreibt.

## 4.2 Beständigkeit von Böden gegen innere Suffosion

Damit innere Suffosion ausgeschlossen werden kann, sind zwei Kriterien zu erfüllen. Die hinreichende Bedingung ist erfüllt, wenn in einem durchströmten Erdstoff die Porenengstellen der Porenstruktur klein genug sind, so dass ein Transport des mobilen Feinkorns oder der mobilen Feinkornaggregate nicht möglich ist (geometrisches Kriterium). Die notwendige Bedingung setzt voraus, dass die mechanische Beanspruchung durch die hydraulische Einwirkung kleiner ist als die kritische Belastung, die einen Feinkorntransport auslöst (hydraulisches Kriterium). Der Begriff Kriterium ist dabei als Bedingung zur Vermeidung eines Grenzzustandes zu verstehen. Ein Boden ist demnach gegen innere Suffosion beständig, wenn die maximal auftretenden hydrodynamischen Einwirkungen innerhalb des Erdstoffgefüges keinen Partikeltransport auslösen oder die Umlagerung der Partikel so lokal begrenzt bleibt, dass es keine negativen Auswirkungen hat.

Die Beständigkeit gegen innere Suffosion wird durch viele Faktoren beeinflusst, die die Eigenschaften des Bodens und die Strömungsbedingungen innerhalb des Erdstoffgefüges charakterisieren. Allgemein ist die Abhängigkeit des Widerstandes gegen innere Suffosion durch die Gleichung 4.1 beschreibbar.

$$R_{suf} = (G_i, n_B, n_F, c_B \text{ bzw. } c_{0,B}, FF, H \text{ bzw. } C_u, \varphi, v_a \text{ bzw. } i, s) \quad (4.1)$$

$R_{suf}$	Widerstand gegen Suffosion
Index $F$	alle Kornfraktionen, die zum tragenden Kornskelett gehören (Filter)
Index $B$	alle potenziell mobilen Kornfraktionen (Basis)

$G_i$	Grad der Durchmischung
$c$	Kohäsion
$c_0$	Zugfestigkeit
$n$	Porenanteil
$FF$	Formfaktor der Körner, der die Sphärizität des Kornhaufwerks berücksichtigt
$H$	Maß für die Form der Korngrößenverteilung
$p_i$	Gewichtsprozent der Fraktionen $d \leq d_i$
$p_{i+1}$	Gewichtsprozent der Fraktionen $d \leq d_{i+1}$
$C_u = d_{60}/d_{10}$	Ungleichförmigkeitsgrad
$\varphi$	innerer Reibungswinkel
$v_a$	Abstandsgeschwindigkeit
$i$	hydraulischer Gradient
$s$	Strömungsrichtung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit den geometrischen Möglichkeiten des Partikeltransports innerhalb eines Erdstoffgefüges und setzt voraus, dass makroskopisch eine homogene, isotrope und selbstähnliche Gefügestruktur vorliegt, so dass die Gleichung 4.1 wie folgt reduziert werden kann.

$$R_{suf} = (n_B, n_F, FF, H \text{ bzw. } C_u) \quad (4.2)$$

In der Annahme, dass eine Kugelpackung vorliegt, ergibt sich der Formfaktor zu  $FF = 1$ . In diesem Fall wird der Widerstand gegen Suffosion nur noch durch die Form der Korngrößenverteilung und durch den Porenanteil bestimmt. Die Form der Korngrößenverteilung kann entweder durch den Ungleichförmigkeitsgrad  $C_u$  oder einem anderen Zusammenhang wie

$$H = \frac{p_{i+1} - p_i}{\lg d_{i+1} - \lg d_i} \text{ bzw. } \frac{d_j}{d_i} \quad (4.3)$$

beschrieben werden. Wird der Widerstand gegen Suffosion als Funktion der Form der Korngrößenverteilung und dem Porenanteil einer Grenzbedingung gegenübergestellt, entspricht dies im Wesentlichen den Filterkriterien. Es wird vom Verfasser davon ausgegangen, dass alle Erosionsprozesse, so auch die Suffosion, auf eine Filtrationsproblematik reduziert werden können. Die Grenzbedingungen sind bei der Beurteilung der inneren Erosionsprozesse gleich. Der Unterschied, der bisher vernachlässigt wurde, besteht in der zu betrachtenden Porenstruktur und

den potenziell mobilen Kornfraktionen. Die Porenstruktur obliegt dabei dynamischen Prozessen, da sie sich durch Kornumlagerung – induziert durch hydrodynamische aber auch mechanische Einwirkungen – stetig verändert. Der Übergang zwischen unterschiedlichen erosiven Prozessen ist fließend und wird durch die Heterogenität des Bodens und durch die Gefügestruktur bestimmt.

### 4.3 Gegenüberstellung bestehender geometrischer Suffosionskriterien

Die ersten wissenschaftlichen Methoden zur Modellierung der Suffosionsbeständigkeit befassten sich mit der Entwicklung von Kriterien zur Zusammensetzung von Mischfiltern. Ausgehend von Erfahrungen aus der Betontechnologie wurden Mischungsverhältnisse zur Bestimmung von Korngrößenverteilungen für Mischfilter angegeben, bei denen auch bei größeren hydraulischen Gradienten bzw. Filtergeschwindigkeiten absolut keine innere Suffosion zu erwarten ist. Diese Herangehensweise beruht auf dem Prinzip der Korngemische mit minimaler Porosität. Sämtliche Ansätze zur Beschreibung dieser Korngrößenverteilungen können mit der Potenzialfunktion 4.4 erfasst werden.

$$p_i = \left( \frac{d_i}{d_{max}} \right)^x \quad (4.4)$$

$p_i$	dem Korndurchmesser $d_i$ zugeordneter Anteil des Gewichtsdurchgangs
$d_{max}$	maximaler Korndurchmesser des Kornhaufwerks
$x$	dimensionsloser Exponent

Talbot erhält nach einer theoretischen Herleitung für Erdstoffe mit großer Rohdichte einen Wert für  $x$  von 0,5. Dies entspricht der aus dem Betonbau bekannten Fuller-Kurve. Im Zusammenhang mit Versuchen zur Entmischungsneigung von Straßenunterbau gibt Ochotin an, dass das kleinste Porenvolumen für die Korngrößenfraktionen  $d_2/d_1 = 2/1$  erreicht wird, wenn das Gewichtsverhältnis  $k_s = G_2/G_1 = 0,81$  beträgt. In Abhängigkeit des Gewichtsverhältnisses  $k_s = G_2/G_1 = 0,71 \div 0,90$  gibt Ochotin  $x$  (mit  $x=1/n$ ) wie folgt an (nach [49]):

$$\begin{aligned}
k_s &= 0,71 & n &= 2,00 & x &= 0,50 \\
k_s &= 0,81 & n &= 3,33 & x &= 0,30 \\
k_s &= 0,90 & n &= 6,67 & x &= 0,15
\end{aligned}$$

Lupinskij entwickelte einen Ansatz zur Suffosionsbeständigkeit von luftseitigen Erddammböschungen aus sandigem Kies, die durch eine Steinschüttung befestigt werden. Er teilt gedanklich die Schicht aus sandigem Kies in Kugelpackungen mit gleichgroßen Kugeln auf und setzt lockerste Lagerung voraus. Damit die kleineren Partikel nicht in die nächst gröbere Schicht eindringen können, muss nach ihm Gleichung 4.5 gelten (nach [49]).

$$p_i = \frac{d_i}{d_{i+1}} = \frac{t_i}{d_{i+1}} = \frac{1}{2,5^{i-1}} \quad (4.5)$$

$d_{i+1}$     Korndurchmesser der nächst gröberen Schicht  
 $t_i$         Dicke der Teilschicht  
 $i$          i-te Teilschicht mit  $d_i = t_i$

Sichardt gibt in [82] Gewichtsanteile für absolut nicht-suffosive Mischfilter an. Dabei betrachtet er vier bzw. drei Kornfraktionen so, dass jeweils ausgehend von der größten Kornfraktion die nächst feinere Kornfraktion die verbleibenden Hohlräume ausfüllt. Er empfiehlt einen Porenanteil von  $n = 0,35$  zu betrachten und gibt hierfür eine Zusammensetzung nach Tabelle 4.1 an.

Tabelle 4.1: Von Sichardt empfohlene nicht-suffosive Zusammenstellung des Mischfilters

Art der Körnung	3 Körnungen		4 Körnungen	
	Volumenanteil [ $m^3$ ]	Gewichtsprozent [%]	Volumenanteil [ $m^3$ ]	Gewichtsprozent [%]
grobe Körnung	1,00	65	1,00	65
mittlere Körnung	0,35	23	0,35	23
feine Körnung	0,12	8	0,12	8
feinste Körnung	-	-	0,04	2,8

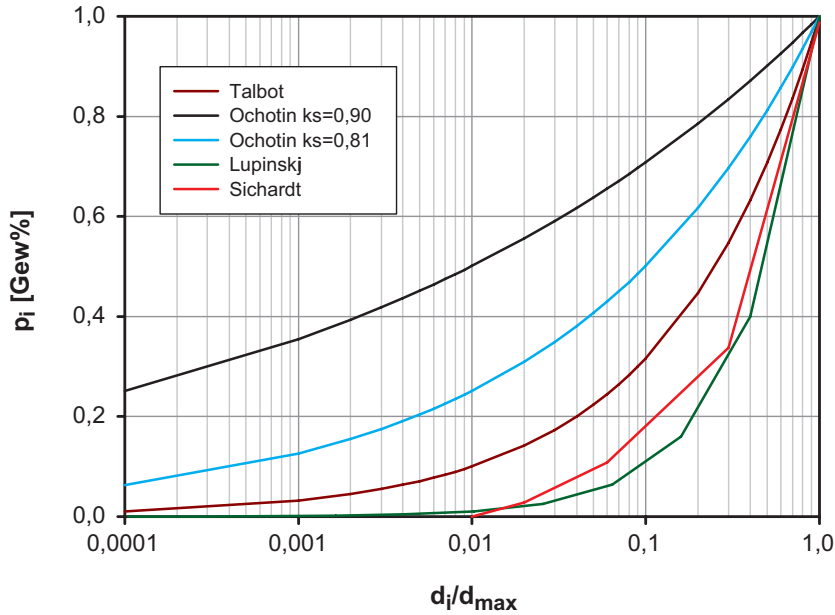


Abbildung 4.2: Gegenüberstellung von absolut nicht-suffosiven Böden nach verschiedenen Autoren

Die so entwickelten Ansätze nach Talbot, Lupinskij, Ochotin [63, 101] und Sichardt [82] sind in Abbildung 4.2 gegenübergestellt. Sie geben jedoch keine Grenzkorngrößenverteilungen an, sondern lediglich optimale Mischungsverhältnisse.

Eine Weiterentwicklung dieses Grundgedankens sind die Ansätze von Čištín [91], Lubočkov [49, 50, 51, 52] und Pavčič [60], die versuchstechnisch eine Abhängigkeit der Suffosionsbeständigkeit vom Ungleichförmigkeitsgrad festgestellt haben und somit Gleichungen der Form 4.6 entwickelten.

$$\frac{d_i}{d_{max}} = f(p_i; C_u) \text{ bzw.} \quad (4.6)$$

$$\frac{d_i}{d_{min}} = f(p_i; C_u)$$

Pavčič gibt Gleichungen zur Berechnung von Grenzkorngrößenverteilungen in Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades (Gleichungen 4.7 und 4.8) für  $C_u \leq 36$  an (nach [101]). Die Grenzkorngrößenverteilungen nach Pavčič sind zur Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit



für die meisten Korngrößenverteilungen von realen Böden ungeeignet, da der Ungleichförmigkeitsgrad auf  $C_u < 36$  begrenzt ist.

$$\frac{d_i}{d_{min}} = \frac{p_i^2 \cdot (C_u - 1)}{100 \cdot (36 - C_u)} + 1 \quad \text{für } C_u \leq 36 \quad (4.7)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d_i}{d_{max}} = \frac{p_i^2 + \frac{36 - C_u}{100 \cdot (C_u - 1)}}{1 + \frac{36 - C_u}{100 \cdot (C_u - 1)}} \quad \text{für } C_u \leq 36 \quad (4.8)$$

$d_{min}$       kleinster Korndurchmesser des Bodens  
 $d_{max}$       größter Korndurchmesser des Bodens

Lubočkov [52] geht bei seiner theoretischen Betrachtung der Suffosionsbeständigkeit von Patraševs' Ansatz aus. Er stellt durch experimentelle Untersuchungen fest, dass zwischen dem minimalen Porenvolumen des idealisierten und des tatsächlichen, nicht-suffosiven Bodens ein größerer Unterschied besteht. Er legt als Orientierung für seine experimentellen Untersuchungen eine sehr allgemeine Aussage von Istomina zugrunde. Sie klassifiziert in [34] die Böden in Abhängigkeit ihrer Ungleichförmigkeitszahl  $C_u$  in drei Gruppen.

- |    |  |                 |
|----|--|-----------------|
| 1. | nicht suffosive Böden  | $C_u < 10$      |
| 2. | suffosive Böden  | $C_u > 20$      |
| 3. | Übergangsböden, die entweder suffosiv<br>oder nicht suffosiv sein können | $C_u = 10 - 20$ |

Durch Einbringen von Erfahrungen an realen Böden und experimentellen Untersuchungen ermittelte Lubočkov [52] schließlich eine untere und obere Grenze für nicht-suffosive Böden und stellt diese zeichnerisch dar (Abbildung 4.3). Lubočkov [52] weist darauf hin, dass die empfohlene graphische Anwendung gleichfalls für sandige und kiesige Böden sowie für gebrochenes Mineralgemisch anwendbar ist.

Als Alternative zur graphischen Bestimmung der Suffosionsbeständigkeit entwickelte Lubočkov die Gleichung 4.8 von Pavčić weiter.

$$\frac{d_i}{d_{max}} = \frac{p_i^x + \frac{A - C_u}{B \cdot (C_u - 1)}}{1 + \frac{A - C_u}{B \cdot (C_u - 1)}} \quad \text{für } C_u \leq A \quad (4.9)$$

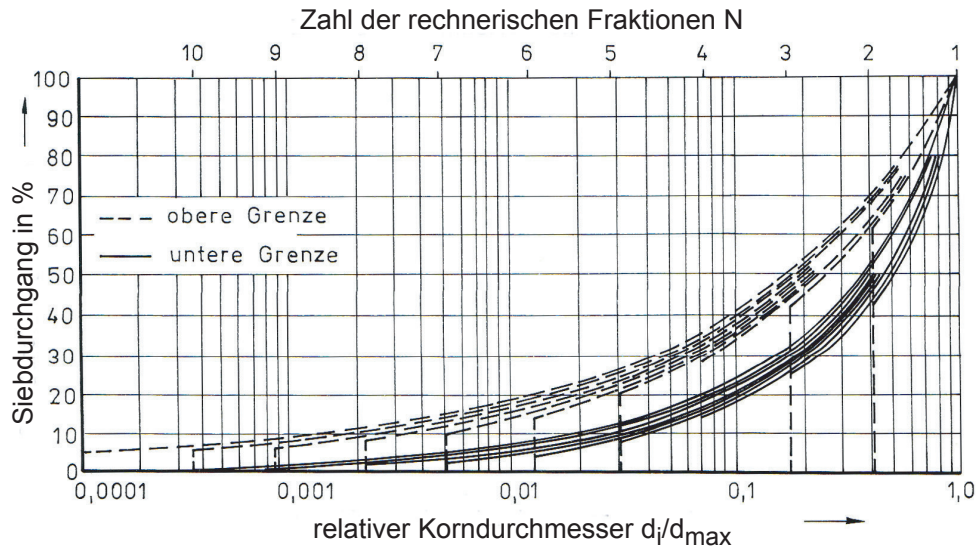


Abbildung 4.3: Obere und untere Grenzkorngrößenverteilungen für suffosionsbeständige, nichtbindige Böden nach Luboček [52]

$p_i$  [-] der zu  $d_i$  korrespondierende Gewichtsbruch

Die Faktoren A, B und der Exponent  $x$  sind veränderliche Faktoren, die in Tabelle 4.2 angegeben werden. Sie ergeben sich aus seinen umfangreichen Versuchsergebnissen. Čiřtin [92] und Ziem [101] verwenden in ihren Veröffentlichungen für die untere Grenze den Faktor  $x = 2,0 - \sqrt{p_i}$ . Diese Gleichung für  $x$  bezieht sich auf Veröffentlichungen von Luboček aus den Jahren 1962 und 1968 ([49] und [51]). In anderen Veröffentlichungen zur Suffosion gibt er für  $x$  die in Tabelle 4.2 wiedergegebene Gleichung an ([50] und [52]).

Tabelle 4.2: Koeffizienten nach Luboček zur Ermittlung der Suffosionsbeständigkeit nichtbindiger Böden

nicht-suffosive Böden	Koeffizienten		
	$x$	A	B
untere Grenze	$2,0 - p_i$	26,7	47
im mittleren Gebiet	$2,5 - \sqrt{p_i}$	62	150
obere Grenze	$2,8 - 0,5 \cdot p_i$	156	555

Durch die Anwendung seines Kriteriums hat Lubořkov [52]) herausgefunden, dass die meisten in Russland zu beurteilenden Böden sich in der Nähe der unteren Grenzfunktion bewegen, d. h. ein  $C_u \leq 26,7$  aufweisen. Diese untere Grenzfunktion wurde daraufhin von ihm weiter vereinfacht zu Gleichung 4.10.

$$p_i = 0,69 \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{d_i}{d_{60}}\right)^3} \quad (4.10)$$

Die Transformation seiner theoretischen Betrachtungen in ein geometrisches Suffosionskriterium erfolgt über die Division eines Formbeiwertes der gegebenen Korngrößenverteilung ( $C_{sh}$ ) durch den Formbeiwert der nicht-suffosiven Korngrößenverteilung ( $C_{non}$ ). Suffosionsgefahr besteht genau dann, wenn:

$$\eta_s = \frac{C_{sh}}{C_{non}} > 1 \quad (4.11)$$

$C_{sh}$  und  $C_{non}$  werden darin mit den Gleichungen 4.12 und 4.13 ermittelt.

$$C_{sh} = \frac{p_{i-1,sh} - p_{i,sh}}{p_{i,sh} - p_{i+1,sh}} \quad (4.12)$$

$$C_{non} = \frac{p_{i-1,non} - p_{i,non}}{p_{i,non} - p_{i+1,non}} \quad (4.13)$$

Das Abstandsverhältnis der Kornfraktionen zur Bestimmung von  $p_{i-1,non}$ ,  $p_{i,non}$  und  $p_{i+1,non}$  eines nicht-suffosiven Bodens wird bei Berücksichtigung eines Sicherheitsfaktors  $\gamma'_s = 1,0$  bis 1,3 von Lubořkov zu:

$$d_{i+1,non} = \frac{d_{i,non}}{10} \quad (4.14)$$

$$d_{i-1,non} = 10 \cdot d_{i,non} \quad (4.15)$$

und bei einem Sicherheitsfaktor von  $\gamma'_s = 2,0$  bis  $2,5$  zu:

$$d_{i+1,non} = \frac{d_{i,non}}{5} \quad (4.16)$$

$$d_{i-1,non} = 5 \cdot d_{i,non} \quad (4.17)$$

festgelegt. Durch Einsetzen der Gleichungen 4.10, 4.14, 4.15, 4.16 und 4.17 in 4.13 und des resultierenden Sicherheitsfaktors  $\gamma_s$  ergeben sich in Abhängigkeit des Sicherheitsniveaus die Ungleichungen 4.18 bzw. 4.19.

$$\begin{aligned} \gamma_s &= 1,0 \text{ bei Berücksichtigung von } \gamma'_s = 1,0 \\ \Rightarrow \eta_{s,min} &= \frac{C_{sh}}{4,0} > 1 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \gamma_s &= 1,5 \text{ bei Berücksichtigung von } \gamma'_s = 2,0 \\ \Rightarrow \eta_{s,o} &= \frac{C_{sh}}{2,6} > 1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Im halblogarithmischen Maßstab zeichnen sich suffosive Böden darin aus, dass sich Abschnitte entlang der Korngrößenverteilung finden, die starke Änderungen der Steigungen aufweisen. Der Ausgangspunkt ( $d_i/p_i$ ) befindet sich nach Luboček genau im Schnittpunkt der größten Neigungsänderungen.

Kenney und Lau [35, 37] haben eine Serie an Laborversuchen durchgeführt, um eine Grenzbedingung zwischen suffosiven und potenziell nicht-suffosiven Korngrößenverteilungen zu definieren. Das Basismaterial bestand aus abgestuften sandigen Kiesen, das Filtermaterial aus gleichförmigen mittel bis Grobkiesen oder aus gleichförmigen Grobkiesen bis Steinen. Die Interpretation der Laborergebnisse führte zu einem Grenzkriterium, das die Form der Korngrößenverteilung berücksichtigt (Abbildung 4.4). Wie in Abbildung 4.4 dargestellt, wird an diskreten Punkten der Korngrößenverteilung ( $H$ ) im Abstand  $4 \cdot H$  eine Ordinate  $F$  eingetragen. Liegt die zu untersuchende Korngrößenverteilung unterhalb der Ordinate, dann wird die Korngrößenverteilung als potenziell suffosiv eingestuft. Das Konzept basiert auf dem Ansatz

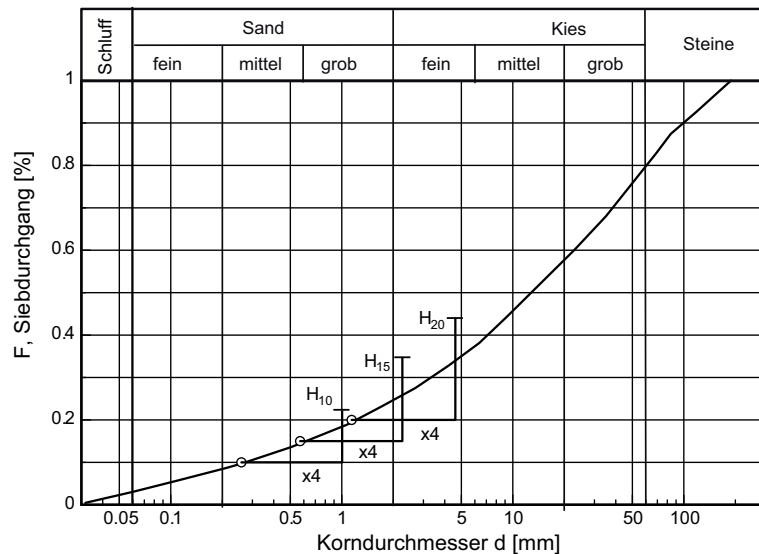


Abbildung 4.4: Formfaktor der Korngrößenverteilung nach Kenney &amp; Lau [35, 36, 37]

von Luboček und geht von Gleichung 4.10 aus. Streng genommen ist somit diese Vorgehensweise nur bis  $C_u \leq 26,7$  anwendbar, was in der Bemessungspraxis bisher nicht so eingehalten wird. Ausgehend von Luboček haben Kenney & Lau die Grenzbedingung zu  $H/F = 1,3$  definiert. Die Studien von Kenney & Lau [35, 37] wurden sehr diskutiert. Ein Kommentar von Milligan [55] und weiterführende Studien von Sherard & Dunningan [81] bewegten Kenney & Lau dazu, weitere Laborversuche durchzuführen und die Grenzbedingung mit  $H/F = 1,0$  neu zu definieren [36]. Piping-Versuche von Skempton & Brogan [85] an abgestuften sandigen Kiesen und solchen mit Ausfallkörnung bestätigten das Kriterium nach Kenney & Lau. Die Auswertung der Versuchsergebnisse nach Kenney und Lau ergab, dass enggestufte Böden bis zu einem Feinkornanteil von 30 Gew% und weitgestufte Böden bis zu einem Feinkornanteil von 20 Gew% als potenziell suffosiv einzustufen sind [35].

Lafleur et al. [42] bemerkten zur Suffosionbeständigkeit, dass diese durch drei generelle Korngrößenverteilungsverläufe repräsentiert werden können (Abbildung 4.5).

- Lineare Korngrößenverteilungsverläufe (Kurve 1 und 2) sind als nicht-suffosiv zu bewerten. Dies beinhaltet Böden mit gleichförmiger Verteilung (Kurve 1) und Böden mit gleichförmiger Verteilung im Feinkornbereich (Kurve 2) sowie Böden mit einer Grobkornfraktion  $< 40\%$ , so dass die einzelnen Grobkörner von einer linear abgestuften Feinkornmatrix umgeben sind.

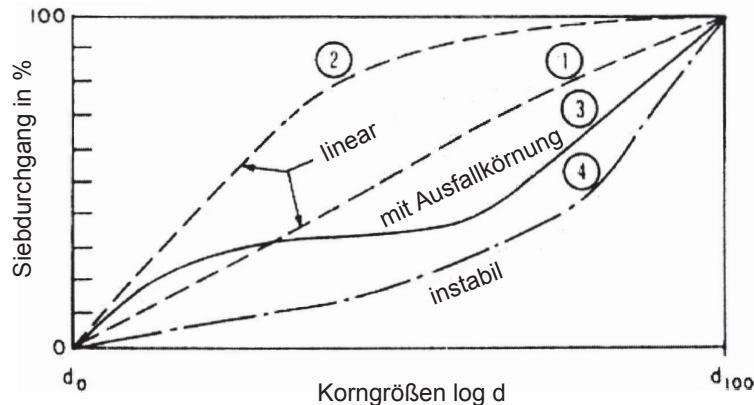


Abbildung 4.5: Klassifikation von weitgestuften Korngrößenverteilungen nach Lafleur et al.

- Korngrößenverteilungsverläufe mit Ausfallkörnung (Kurve 3), die einen Feinkornanteil von  $\leq 30\%$  aufweisen, können entweder als suffosiv oder nicht-suffosiv eingestuft werden.
- Konkave Korngrößenverteilungsverläufe (Kurve 4) sind als suffosiv einzustufen.

Eine weitere, sehr generelle Aussage zur Suffosionsbeständigkeit wurde vom US Army Corps of Engineers [89] aufgestellt. Sie gehen davon aus, dass in nicht-bindigen Böden, bei turbulenter Strömung, einem hydraulischen Gradienten von  $i > 5$  und einem Ungleichförmigkeitsgrad  $C_U > 20$  mit Suffosion zu rechnen ist.

Ein graphisches Verfahren, das in seiner Handhabung sehr anwenderfreundlich ist und ein breites Spektrum an realen nichtbindigen Böden abdeckt, wurde von Burenkova [10] versuchs-technisch entwickelt (Abbildung 4.6). Die Anwendungsgrenzen sind mit  $d_{90}/d_{60} < 5$  und  $d_{90}/d_{15} \leq 130$  vorgegeben. Das Kriterium ist verifiziert für lineare, konkave und konvexe Korngrößenverteilungen (im halblogarithmischen Maßstab). Für Korngrößenverteilungen mit Ausfallkörnung ist dieses Kriterium nicht geeignet. Im Gegensatz dazu ist das Verfahren nach Lörincz [47] sehr kompliziert in seiner Anwendung und nur für wenige Böden verifiziert.

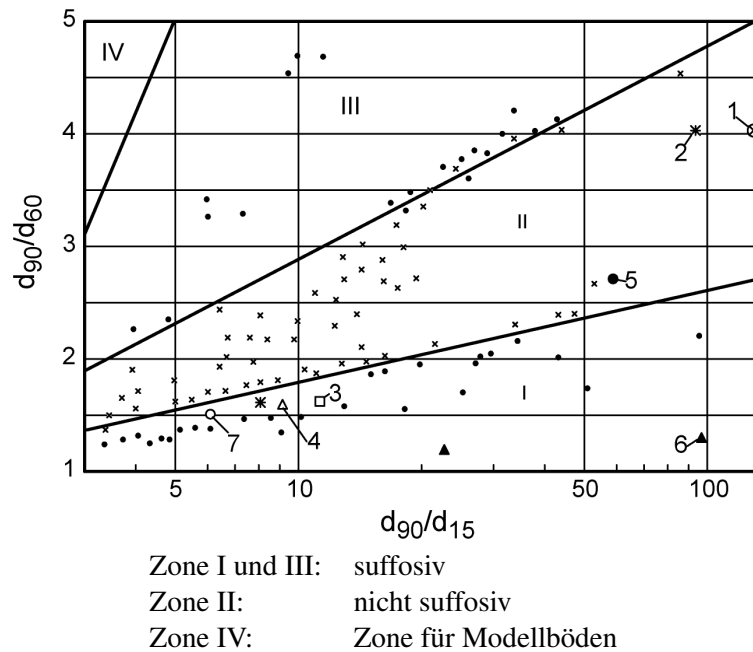


Abbildung 4.6: Geometrisches Suffosionskriterium nach Burenkova aus [10]

Ein anderer Ansatz zur Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit von Böden führt über die Bestimmung eines äquivalenten Porenkanaldurchmessers. Patrašev [59] gilt hierfür als Initiator. Er geht davon aus, dass die größten sich berührenden Körner eines Kornhaufwerkes ein Kornskelett bilden in dessen Porenräumen sich die kleineren potenziell mobilen Kornfraktionen befinden. Es wird davon ausgegangen, dass theoretisch keine innere Suffosion eintritt, wenn das kleinste potenziell mobile Partikel innerhalb des maßgebenden Porenpfades kolmatiert, also die Ungleichung 4.20 erfüllt ist.

$$d_{mP} \geq d_{po} \quad (4.20)$$

$d_{mP}$       kritischer Partikeldurchmesser  
 $d_{po}$       äquivalenter Porenkanaldurchmesser

Patrašev schlägt dafür die Ungleichung 4.21 vor (aus [52]). Eine Auswaschung von 3 Gew.% der Feinkornfraktion wird hierbei von Patrašev zugelassen. Ist die Ungleichung 4.21 erfüllt, liegt keine Suffosionsgefahr vor.

$$\frac{d_{3\%}}{d_{po}} \geq 0,77 \quad (4.21)$$

In [58] werden auf dieser Basis zwei weitere Varianten zur Bestimmung der Suffosionsbeständigkeit vorgeschlagen.

### Variante 1: Patrašev

Mit Variante 1 wird das größte suffosive Korn  $d_s$  über

$$\begin{aligned} d_s &\leq 0,77 \cdot d_{po} \text{ mit} \\ d_{po} &= 0,455 \cdot (1 + 0,05 \cdot C_u) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \text{ für } C_u \leq 25 \\ d_{po} &= 0,16 \cdot \left(3 + \sqrt[3]{C_u} \cdot \lg(C_u)\right) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \text{ für } C_u > 25 \end{aligned} \quad (4.22)$$

bestimmt. Ein Verlust von Feinteilen wird hier ausgeschlossen.

### Variante 2

Die Variante 2 berücksichtigt Erfahrungen aus der russischen Baupraxis. Es wird darin ein Austrag von Feinkorn von 3 bis 5 Gew% zugelassen. Die Ungleichung für nicht-suffosive Böden wird in Variante 2 mit:

$$\frac{d_{3-5\%}}{d_{17}} \geq 0,32 \cdot (1 + 0,05 \cdot C_u) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \quad (4.23)$$

angegeben [58]. Die in [58] empfohlenen Kriterien nach Patrašev und nach Erfahrungen aus Russland sind kritisch zu betrachten, da die untersuchten Böden nicht bekannt sind und für die Variante 2 keine Anwendungsgrenze angegeben wird. In Variante 1 wird berücksichtigt, dass suffosive Böden auch zur Entmischung neigen.

Ziems entwickelte mit dem gleichen Ansatz wie Patrašev einen Sicherheitsnachweis, der in den Werkstandard WAPRO 4.04./2 der DDR aufgenommen wurde [103]. Dabei geht Ziems davon aus, dass die geometrische Suffosionsbeständigkeit gewährleistet ist, wenn die Ungleichung 4.24 erfüllt wird.



$$\eta_{s,g} = \frac{d_{min}}{F_s \cdot d_{po}} = \frac{d_{min}}{d_s} \geq 1,5 \quad d_{0\%} \leq d_{min} \leq d_{3\%} \quad (4.24)$$

$\eta_{s,g}$  globaler Sicherheitsfaktor  
 $F_s$  Schlupfmaß oder Durchgangsfaktor

Durch Einsetzen der Gleichung 2.9 in die Ungleichung 4.24 ergibt sich die Ungleichung 4.25.

$$\begin{aligned} d_{min} &\geq 1,5 \cdot 0,6 \cdot 0,455 \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \\ \Leftrightarrow \frac{d_{0-3\%}}{d_{17}} &\geq 0,41 \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \end{aligned} \quad (4.25)$$

Ziems lässt in seinem Kriterium ebenfalls ein Verlustanteil von bis zu 3 Gew% zu, vernachlässigt aber die Entmischungsneigung von suffosiven Böden. Dadurch erhält Ziems im Vergleich zu dem russischen Standard nach [58] (Variante 1 und Variante 2) kleinere Werte für das größte suffosive Korn (siehe Abbildung 4.7 und Abbildung 4.8). Die Variante 1 (Gleichung 4.22) und Variante 2 (Gleichung 4.23) ergeben bis etwa  $C_u \leq 50$  gleiche Werte für das größte suffosive Korn  $d_s$ , bzw. bei Annahme, dass 3 Gew% ausgepült werden  $d_{3\%}$ . Ab  $C_u > 50$  sind die Werte für  $d_{3\%}$  nach Variante 2 in Abhängigkeit von  $C_u$  größer als  $d_s$  nach Variante 1. Exemplarisch ist der Verhältniswert  $d_3/d_{17}$  bekannter Versuchsergebnisse und Eingangsparameter in Abbildung 4.7 und Abbildung 4.8 mit aufgetragen. Die Versuchsergebnisse nach Istomina [34] und Kenney und Lau [35, 37] können mit den russischen Kriterien als suffosiv bzw. nicht suffosiv richtig eingestuft werden. Das Kriterium nach Ziems ist nicht geeignet, da eine zu große Suffosionsbeständigkeit vorgetäuscht wird. Eine Modifizierung des Ansatzes nach Ziems mit Berücksichtigung der Entmischungsneigung bringt deutlich bessere Ergebnisse (Gleichung 4.26). Hierzu wird  $d_{po}$  nach Patrašev (Gleichung 2.11 bzw. 2.12) bestimmt und in Gleichung 4.24 eingesetzt.

$$\begin{aligned} d_{min} &\geq 1,5 \cdot 0,6 \cdot d_{po} \text{ mit} \\ d_{po} &= 0,455 \cdot (1 + 0,05 \cdot C_u) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \text{ für } C_u \leq 25 \\ d_{po} &= 0,16 \cdot \left(3 + \sqrt[3]{C_u} \cdot \lg(C_u)\right) \cdot \sqrt[6]{C_u} \cdot e \cdot d_{17} \text{ für } C_u > 25 \end{aligned} \quad (4.26)$$

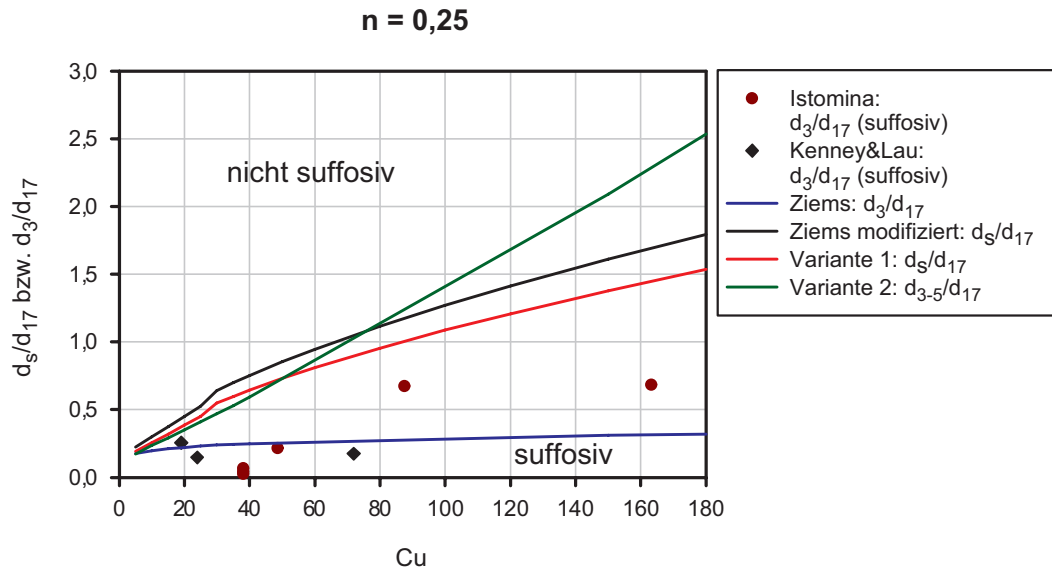


Abbildung 4.7: Vergleich zwischen der Variante 1, Variante 2 nach [58] und Ziems für eine Porosität von  $n = 0,25$ . Zusätzlich suffosive Böden nach Versuchen von Istomina [34] und Kenney und Lau [35, 37] und modifizierter Ansatz nach Ziems.

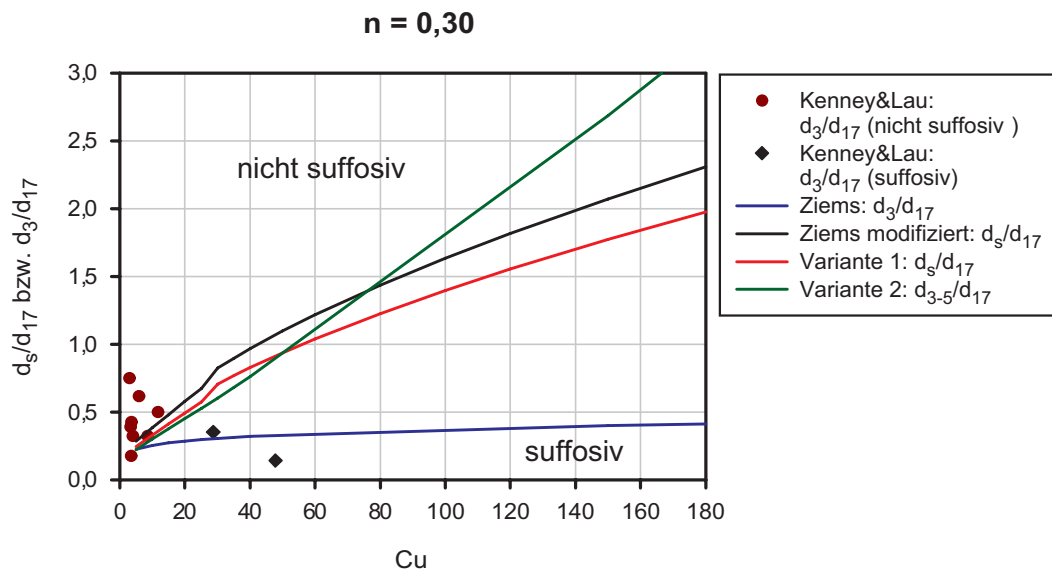


Abbildung 4.8: Vergleich zwischen der Variante 1, Variante 2 nach [58] und Ziems für eine Porosität von  $n = 0,30$ . Zusätzlich suffosive und nicht suffosive Böden nach Kenney und Lau [35, 37] und modifizierter Ansatz nach Ziems.

Der Ansatz nach Åberg [1] orientiert sich an einer mittleren Porenöffnungsweite. Sein Kriterium ist nur gültig für Sand/Kies Fraktionen und ist auch nur für diese Böden validiert. Er bestimmt mit Hilfe der Porenzahl und der Korngrößenverteilung mittlere Sehnenlängen, die einerseits eine mittlere Korngröße und andererseits mittlere Porenöffnungsweiten repräsentieren. Über die mittlere Porenöffnungsweite bestimmt er das größte mobile Korn. Bei suffosiven Böden trennt er dazu erst einmal die Korngrößenverteilung auf und deklariert die daraus resultierende Basis als potenziell mobile Kornfraktionen. Er geht davon aus, dass der repräsentative Trenndurchmesser zwischen potenziell mobilen Kornfraktionen und tragendem Kornskelett an der Stelle zu finden ist, wo bei sukzessivem Auftrennen der Korngrößenverteilung die Porenzahl der Grobkornfraktionen ein Maximum erreicht. Dieser Ansatz ist in seiner Anwendung sehr kompliziert und ist kein wesentlicher Fortschritt bei der Beurteilung der Suffosion, da er sich auch nur an einer mittleren Porenöffnungsweite orientiert und demnach nicht die Suffosion in Gänze erfassen kann.

In Deutschland hat sich in der geotechnischen Baupraxis etabliert, potenziell suffosive Kornhaufwerke durch ein gedachtes Sieb gedanklich in zwei Teile aufzutrennen. An den sich daraus ergebenden zwei Korngrößenverteilungen wird untersucht, ob diese gegeneinander filterstabil sind. Im Merkblatt der Bundesanstalt für Wasserbau [56] wird empfohlen, das Filterkriterium von Čiřtin/Ziems zur Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit zu verwenden. In Wan & Fell [93] wird auf de Mello [15], Kézdi [38] und Sherard [80] verwiesen, die ebenfalls ein sukzessives Auftrennen der Korngrößenverteilung empfehlen und Filterkriterien darauf anwenden (Tabelle 4.3).

Tabelle 4.3: Empfohlene Filterkriterien zur Anwendung auf separierte Korngrößenverteilungen

	empfohlene Filterkriterien	angegebene Beschränkungen
Kézdi	$\frac{d_{F,15}}{d_{B,85}} < 4$	n. a.
de Mello	$\frac{d_{F,15}}{d_{B,85}} < 5$	nur für Korngrößenverteilungen mit Ausfallkörnung
Sherard	$\frac{d_{F,15}}{d_{B,85}} < 4 - 5$	keine

Das willkürliche theoretische Auftrennen der Körnungslinie in zwei Böden impliziert, dass die feineren, vom ursprünglichen Kornhaufwerk abgetrennten Kornfraktionen die Poren- und Gefügestruktur des Erdstoffes nicht beeinflussen. Im Regelfall finden jedoch Veränderungen durch Entmischungsprozesse wie Kornumlagerungen maßgeblich statt. Gemessene Setzungen an der Geländeoberkante durch suffosive Prozesse belegen dies [44]. Relevante Transportprozesse werden bei Reduktion der inneren Suffosion auf ein Kontakterosionsproblem vernachlässigt.

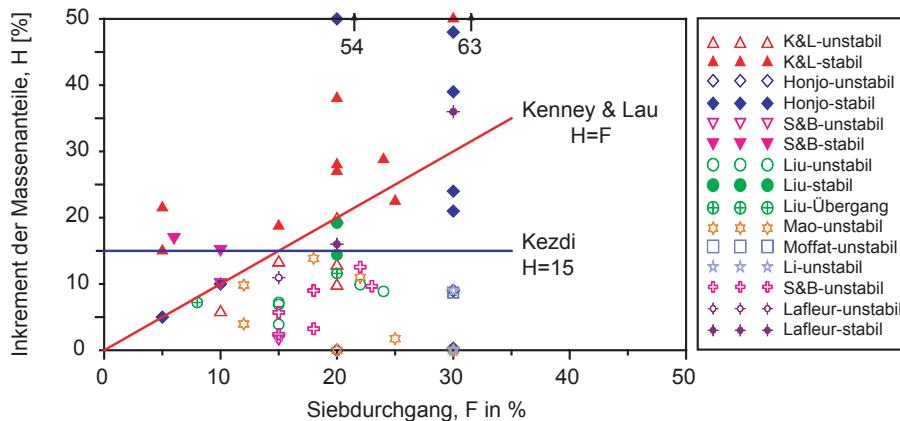


Abbildung 4.9: Eine vereinheitlichte Grenzbedingung nach [45]

Ein vereinheitlichter Lösungsansatz, der die Methoden nach Kézdi [38] und Kenney & Lau [36] kombiniert, wurde von Li & Fannin [45] eingeführt (Abbildung 4.9). Die Gemeinsamkeit der beiden Ansätze besteht darin, dass die Korngrößenverteilung an diskreten Punkten aufgetrennt und die Steigung der Korngrößenverteilung über eine diskrete Länge (Sekantenmodul) beschrieben werden kann. Chapuis hat dies für Kézdi [38], Kenney & Lau [36] sowie Sherard [80] in [12] hergeleitet. Der Unterschied besteht in den Grenzbedingungen selbst. Während Kézdi [38] das Filterkriterium nach Terzaghi [88]  $d_{F,15}/d_{B,85} < 4$ , und somit ein konsantes Masseninkrement von  $H = 15\%$ , heranzieht, benutzen Kenney & Lau [36] ein variables Masseninkrement von  $H/F = 1,0$  über eine Distanz von  $d$  zu  $4 \cdot d$  (Abbildung 4.4). Die Grenzen der Masseninkremente von Kézdi [38] und Kenney & Lau [36] sind in Abbildung 4.9 in einem  $F$  zu  $H$  Diagramm dargestellt. Für  $F < 15\%$  liegt Kézdi oberhalb von Kenney & Lau, während für  $F > 15\%$  Kenney & Lau oberhalb von Kézdi liegt. Die empfohlenen Grenzbedingungen von  $d_{F,15}/d_{B,85} < 4$  (Kézdi) bzw.  $H/F = 1,0$  (Kenney & Lau) ergeben einen Punkt, für den beide den Wert  $F \approx 15\%$  annehmen. Im Falle von  $F < 15\%$  ist Kézdi konservativer, während für  $F > 15\%$  Kenney & Lau konservativer zu bewerten ist. Zusätzlich haben Li & Fannin in Abbildung 4.9 Versuchsergebnisse für 41 suffosive und 22 nicht-suffosive Böden aufgetragen. Der Vergleich mit den Grenzbedingungen zeigt, dass Kenney & Lau präziser für  $F < 15\%$  ist, während Kézdi für  $F > 15\%$  präziser ist.

Durch die oben beschriebenen geometrischen Suffosionskriterien ist abzuleiten, dass die folgenden Böden als nicht-suffosiv eingestuft werden können [11, 69].

- Böden mit einem Ungleichförmigkeitsgrad  $C_U = d_{60}/d_{10} \approx 1$ .
- Böden mit einer im halb-logarithmischen Maßstab linearen Korngrößenverteilung mit  $C_U < 10$  unabhängig von der bezogenen Lagerungsdichte

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad (4.27)$$

Index max für Maximum und min für Minimum

- Ungleichförmige Korngrößenverteilungen mit  $C_U > 10$  und  $I_D < 0,6$ .
- Stetige Korngrößenverteilungen mit  $C_U < 8$  unabhängig von  $I_D$ .
- Ungleichförmige Korngrößenverteilungen, die nahe der Fuller oder Talbot Korngrößenverteilung verlaufen (Gleichung 4.4 mit Exponent  $x=0,5$ )
- Nach Luboček [50] ungleichförmige Korngrößenverteilungen mit  $I_D = 0,3$  bis  $0,6$  und stetige Korngrößenverteilungen im Bereich seiner definierten Grenzkorngrößenverteilungen (Abbildung 4.3).
- Nach Wittmann [97] und Lafleur et al. [42] sind Korngrößenverteilungen mit Ausfallkörnung, deren Plateaubereich oberhalb von 30 Gew% liegt, nicht-suffosiv. Kenney & Lau [35] definieren enggestufte Böden bis zu einem Feinkornanteil von 30 Gew% und weitgestufte Böden bis zu einem Feinkornanteil von 20 Gew% als suffosiv.

## 4.4 Schlussfolgerungen zur Bemessungspraxis

Die vergleichende Auswertung der Kriterien zeigt, dass sie sehr beschränkt in ihrer Anwendung sind. Die geometrischen Suffosionskriterien sind meist nicht anwendbar, um die Suffosionsgefahr von weitgestuften Böden im ausreichenden Maße abschätzen zu können. Die Anwendungsgrenzen werden in der Regel weit überschritten. Es ist generell anzumerken, dass die geometrischen Suffosionskriterien lediglich für nichtbindige Böden entwickelt wurden. Die Beurteilung von Böden, deren Feinkornfraktion bis in die bindigen Kornfraktionen reicht, ist nicht abgedeckt. Ebenfalls sind die Kriterien meist nur bis zu einem vordefinierten Ungleichförmigkeitsgrad experimentell validiert. Die Kriterien an sich sind empirischer Natur, dadurch

werden geometrische Bedingungen mit hydrodynamischen und zum Teil mit mechanischen vermischt. Die untersuchten Böden sind entweder in ihren relevanten Parametern unbekannt oder unterscheiden sich wesentlich von den in der Baupraxis zu beurteilenden Erdstoffen. Die Kriterien sind darüber hinaus im Umfang ihrer Aussage beschränkt. Es ist lediglich möglich, einen größten suffosiven Korndurchmesser zu berechnen oder nur die geometrische Suffosionsbeständigkeit an sich zu beurteilen. Massenverluste einzelner Kornfraktionen können nicht abgeschätzt werden. Lokale Strukturveränderungen, die z. B. zu Setzungen und lokal veränderten hydrodynamischen Bedingungen führen, sind bisher nicht quantifizierbar.

---

## Kapitel 5

# Perkolationstheorie

### 5.1 Grundlagen

Die Verwendung der Perkolationstheorie zur Analyse von Materialtransportprozessen ist viel versprechend. Seit den frühen 80er Jahren haben sich damit große Fortschritte bei der Erfassung von Fluss- und Transportvorgängen innerhalb poröser Medien ergeben. Sie ist ein Zweig der Wahrscheinlichkeitstheorie und wird bisher vorrangig eingesetzt, um Probleme in ungeordneten und komplexen Systemen zu beschreiben oder mathematische Techniken zu entwickeln. Broadbent und Hammersley [28] können als die Ersten genannt werden, die den Fluidtransport in porösen Medien mit Perkulationsmodellen studierten. Seit dieser Zeit wird die Perkolationstheorie vermehrt eingesetzt, um Eigenschaften von komplexen Strukturen in unterschiedlichen wissenschaftlichen Gebieten zu analysieren [9]. Als Beispiele sind die Petrophysik, Polymerchemie und statistische Physik zu nennen. Folglich gibt es ein breites Spektrum an Publikationen. Eine Einführung in die Thematik bieten z. B. [26] und [87], während im Zusammenhang mit porösen Medien z. B. [19, 33, 67] und [74] eine sehr gute Einarbeitung erlauben. Zur Beschreibung von Wasserbewegungen in porösen Medien wurde die Perkolationstheorie eingesetzt zur Modellierung von pF-Kurven [21], kapillaren Bewegungen [99, 100] oder zur Bestimmung der hydraulischen Durchlässigkeit [22]. Im Bereich von geotechnischen Filtern wurde von Schuler [70] erstmals die Perkolationstheorie eingeführt. Er simulierte die Eindringtiefen von Partikel in einen Filter. Die Perkolationstheorie wurde erstmalig von Semar und Witt ([75, 76, 77] und [78]) zur Untersuchung von Suffosionsprozessen in einer beliebigen Gefügestruktur angewendet.

Der große Vorteil von Perkulationsmodellen ist, dass eine realitätsnahe Simulation einer 3D-Porenstruktur auf einem Porennetzwerkmodell möglich ist. Dies erlaubt eine detailgetreue Analyse von lokalen und globalen Transportprozessen innerhalb eines Kornhaufwerks. Zur Untersuchung von ungeordneten und komplexen Systemen ist die Perkolationstheorie eines der einfachsten Modellierungsverfahren. Die Ergebnisse haben ein Minimum an statistischen Abhängigkeiten. Der Nachteil besteht darin, dass exakte Lösungen für d-Dimensionale ( $d \geq 3$ ) Fragestellungen nicht existieren [87].

Ziel ist es, ein geeignetes Perkulationsmodell zu finden, in dem die relevante Porenstruktur realitätsnah approximiert werden kann. Dies erfordert 3D-Strukturbetrachtungen, wie sie in Kapitel 3 näher beschrieben wurden. Die Art des zu verwendenden Perkulationsmodells hängt stets von Fragen wie Homogenität, Schärfe der verfügbaren Kennwerte, Komplexität des Modells und damit verbundenen Rechenzeiten sowie der Reproduzierbarkeit von Simulationen ab.

## 5.2 Perkulationsmodell

In Perkulationsmodellen werden Gitter aus Knoten (sites) und Verbindungen (bonds) zwischen benachbarten Knoten betrachtet. Mit einem Zufallsgenerator werden auf ein  $\mathbb{Z}^n$  Gitter Wahrscheinlichkeiten  $p$  mit  $0 \leq p \leq 1$  den sites bzw. bonds zugewiesen. Werden nur die sites betrachtet, wird im Folgenden dies als Site-Perkulationsmodell bezeichnet. Bei der ausschließlichen Betrachtung der Verbindungen wird der Begriff Bond-Perkulationsmodell verwendet. Übertragen auf eine Porenstruktur bedeutet dies, dass Poren- und/oder Porenengstellen entsprechend ihrer Verteilung korreliert oder unkorreliert einem  $\mathbb{Z}^2$  bzw.  $\mathbb{Z}^3$  Gitter zugewiesen werden. In einem Bond-Perkulationsmodell repräsentieren die sites einzelne Poren, während die Verbindungen benachbarter Poren (bonds) die Porenengstellen entlang eines Porenpfades modellieren (Abbildung 5.1). Der komplette Porengraph wird demnach nicht modelliert. Die Porenstruktur wird reduziert auf vernetzte Maxima (Poren) und Minima (Porenengstellen) entlang von einzelnen Porenpfaden einer vorgegebenen Regelstruktur.

Jede Verbindung innerhalb des Perkulationsgitters ist mit der Besetzungswahrscheinlichkeit  $q = 1 - p$ , unabhängig von allen anderen Verbindungen, offen bzw. mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  geschlossen. Dies bedeutet, dass ein potenziell mobiles Partikel, das in seiner Größe dem  $p$ -Quantil der Porenengstellenverteilung entspricht, diese Porenengstelle passieren kann. Geschlossene Verbindungen sind dagegen für das betrachtete Partikel unpassierbar, da die Querschnittsfläche kleiner als das Partikel ist. Abbildung 5.2 veranschaulicht dies für ein 2-dimensionales Gitter. Wenn ein durchgängiger Porenpfad von einem Rand zum gegenüberliegenden Rand des betrachteten Modells existiert, können potenziell mobile Partikel, unabhängig



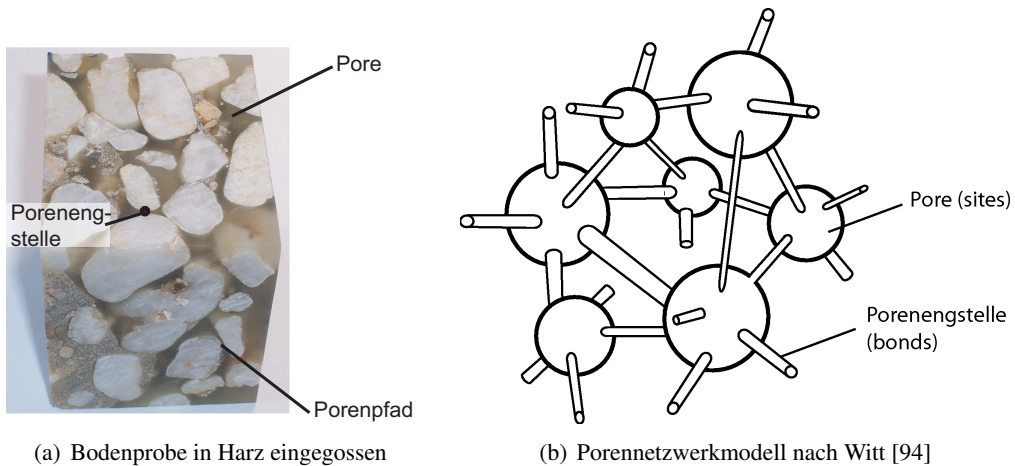


Abbildung 5.1: a) Bodenprobe in Harz eingegossen (BAM) und b) Porennetzwerkmodell nach Witt [94]

von der Schichtdicke, ausgespült werden. Abhängig von der Art des Gitters (z.B. kubisch-, quadratisch, dreieckig) ist eine Konstante, die Perkolationsschwelle  $p_{crit}$ , definierbar. Für ausgewählte regelmäßige Gitter sind die kritischen Besetzungswahrscheinlichkeiten  $q_{crit} = 1 - p_{crit}$  in Tabelle 5.1 aufgeführt. Für Partikel, die größer oder gleich der Perkolationsschwelle  $p_{crit}$  sind, existiert kein durchgängiger Porenpfad mehr. Alle potenziell mobilen Partikel, die kleiner sind, können durch eine ausreichend große hydrodynamische Beanspruchung mobilisiert und global aus dem betrachteten Elementvolumen ausgetragen werden.

Die Perkolationsschwelle ist für  $\mathbb{Z}^n$  Gitter mit  $n \geq 3$  nicht exakt bestimmbar. Die in Tabelle 5.1 dargestellten kritischen Besetzungswahrscheinlichkeiten  $q_{crit} = 1 - p_{crit}$  wurden numerisch ermittelt (nach [87]). Die angegebenen kritischen Besetzungswahrscheinlichkeiten sind anerkannte Mittelwerte aus numerischen Simulationen an unkorrelierten Netzwerken. Die Streubreite der in Tabelle 5.1 angegebenen Werte ist in der Literatur auf die letzte Nachkommastelle beschränkt [87].

Tabelle 5.1: Über Computersimulationen approximierte kritische Besetzungswahrscheinlichkeit  $q_{crit} = 1 - p_{crit}$  für ausgewählte regelmäßige Gitter nach [33]

Gitterart	Dimension	Koordinationszahl	$q_{crit}$ (bond)	$q_{crit}$ (site)
hexagonales Gitter	2	3	$0,65271 = 1 - 2 \cdot \sin(\pi/18)$	0,6962
quadratisches Gitter	2	4	0,5	0,5927
Dreiecksgitter	2	6	$0,34729 = 2 \cdot \sin(\pi/18)$	0,5
Diamantgitter	2	4	0,3886	0,4299
einfach kubisches Gitter	3	6	0,2488	0,3116
kubisch-raumzentriertes Gitter (BCC)	3	8	0,1795	0,2464
kubisch-flächenzentriertes Gitter (FCC)	3	12	0,119	0,199

### 5.3 Cluster

Die Beurteilung möglicher Transportprozesse ist in der Perkolationstheorie mit der Analyse von Clustern verbunden. Cluster sind zusammenhängende Bereiche von offenen Verbindungen innerhalb des untersuchten Gitters. Übertragen auf einen Materialtransport innerhalb einer Porenstruktur bedeutet dies, dass ein betrachtetes Partikel nur in einem Cluster umgelagert werden kann (Abbildung 5.2). Ein Cluster ist demnach ein räumlich begrenzter Ausschnitt des Porengraphen, in dem keine Porenengstelle kleiner als das betrachtete potenziell mobile Partikel ist. Das heißt, nur innerhalb von Clustern kann das betrachtete potenziell mobile Partikel umgelagert werden, wenn die hydrodynamische Beanspruchung groß genug ist.

Finite Cluster sind lokal begrenzte Cluster auf einem  $\mathbb{Z}^n$  Gitter (Abbildung 5.3). Von Perkolieren wird gesprochen, wenn ein durchgängiges Cluster (spanning Cluster) zwei gegenüberliegende Systemränder eines  $\mathbb{Z}^n$  Gitters miteinander verbindet. Im Falle unendlicher Systeme kann von einem unendlichen Cluster gesprochen werden.

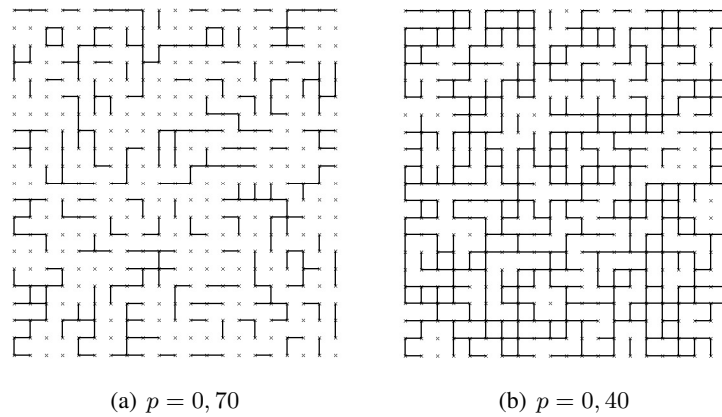


Abbildung 5.2: Bond-Perkulationsmodell auf einem 2-dimensionalen quadratischen Gitter. Offene (besetzte) Porenpfade werden durch Linien aufgezeigt, während geschlossene Verbindungen eliminiert wurden [75]

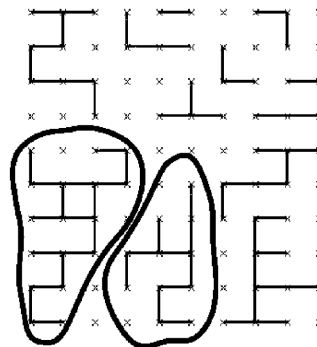


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung finiter Cluster auf einem quadratischen Bond-Perkulationsmodell

### 5.3.1 Charakteristische Parameter

Eine bedeutende Rolle in der Perkolationstheorie wird von der Clustergrößenverteilung  $n_s$  eingenommen. Für finite Cluster aus  $s$  Poren (sites) gibt  $n_s$  die Anzahl der finiten Cluster der Größe  $s$  pro Gitterplatz, d. h. normiert über die gesamte Anzahl an Gitterpunkten im betrachteten Modell, an (Gleichung 5.1).  $n_s$  ist abhängig von der Besetzungswahrscheinlichkeit  $q = 1 - p$ . Diese Wahrscheinlichkeit bestimmt den Vernetzungsgrad innerhalb des betrachteten Perkulationsmodells (siehe exemplarisch Abbildung 5.2).

$$n_s = \frac{\text{Anzahl der finiten Cluster der Größe } s}{\text{Anzahl aller Poren im System}} \quad (5.1)$$

Die Identifizierung der Cluster und die Bestimmung der Clustergrößenverteilung  $n_s$  kann mit dem Hoshen-Kopelman-Algorithmus [31] effizient im Computer umgesetzt werden. Für das Bond-Perkulationsmodell wird dies im Folgenden erläutert. Das Bond-Perkulationsmodell ist für Materialtransportprozesse der relevante Modellansatz (Kapitel 6.2). Nach einer Initialisierung wird jeder Knoten (Pore) im  $\mathbb{Z}^n$  Gitter durchlaufen. Besitzt der Knoten noch keine Clusternummer, obwohl eine Verbindung zu einem nächsten Nachbarknoten besteht, wird geprüft, ob die nächsten Nachbarknoten bereits eine Clusternummer besitzen. Ist dies der Fall, werden allen Nachbarknoten und dem betrachteten Knoten die kleinste vorhandene Clusternummer zugeordnet, ansonsten werden neue Clusternummern vergeben und die Daten in eine Indexliste geschrieben. In einem zweiten Durchgang wird die Nummerierung von jedem Knoten im Gitter überprüft und gegebenenfalls die Indexliste korrigiert (siehe auch Anlage A.3).

Nachdem die einzelnen Cluster identifiziert und die Clustergrößen bekannt sind, können neben der Perkolationsschwelle  $p_{crit}$  weitere charakteristische Parameter zur Beschreibung lokaler und globaler Transportprozesse bestimmt werden.

1. Die Perkulationswahrscheinlichkeit  $P_{inf}(p)$  entspricht der Anzahl von besetzten Poren, die zum spanning Cluster gehören, dividiert durch die Anzahl aller besetzter Poren im betrachteten Perkulationsmodell (Gleichung 5.2). Unter einer besetzten Pore wird im Bond-Perkulationsmodell eine Pore verstanden, die mindestens eine offene (besetzte) Verbindung zu einer nächsten Nachbarpore aufweist. Ein Site-Perkulationsmodell ist für Materialtransport innerhalb einer Porenstruktur nicht relevant, so dass nicht weiter darauf eingegangen wird (siehe Kapitel 6.2).  $P_{inf}$  beschreibt somit die Wahrscheinlichkeit, dass eine besetzte Pore zum durchgängigen Cluster gehört.

$$P_{inf}(p) = \frac{\text{Anzahl der besetzten Poren im spanning Cluster}}{\text{Anzahl aller besetzter Poren im System}} \quad (5.2)$$

2. Die gewichtete mittlere Größe finiter Cluster  $S_p(p)$  ist durch die Gleichung 5.3 gegeben. Die Summe läuft dabei über alle Clustergrößen  $s$  im Perkulationsmodell ohne das spanning Cluster, was durch einen (\*) gekennzeichnet wird.

$$S_p(p) = \frac{\sum_s^* s^2 \cdot n_s}{\sum_s^* s \cdot n_s} \quad (5.3)$$

Das Produkt  $sn_s$  bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, dass eine beliebige Pore im Perkulationsmodell zu einem finiten Cluster der Größe  $s$  gehört, dadurch ergibt das erste Moment der Clustergrößenverteilung  $M_1$  (Gleichung 5.4) die Wahrscheinlichkeit, dass eine beliebige Pore zu einem finiten Cluster gehört [87].

$$M_1 = \sum_s^* sn_s \quad (5.4)$$

$$M_2 = \sum_s^* s^2 n_s \quad (5.5)$$

Daraus lässt sich ableiten, dass der Verhältniswert  $w_s = sn_s/M_1$  die Wahrscheinlichkeit angibt, dass ein finites Cluster, zu dem eine beliebige besetzte Pore gehört, genau einer Clustergröße aus  $s$  Poren entspricht. Das Produkt aus  $s$  und  $w_s$  ist somit eine gewichtete Clustergröße entsprechend der Auftretenswahrscheinlichkeit dieser Clustergröße im Perkulationsmodell.  $S_p = M_2/M_1$  ergibt demnach die gewichtete mittlere Größe der finiten Cluster [87].

3. Die Konvektivitätskorrelationsfunktion  $g_r$  gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine besetzte Pore im Abstand  $r + \Delta r$  dem gleichen Cluster angehört.

$$g_r = \frac{\text{Anzahl besetzter Knoten im Abstand } [r + \Delta r]}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r} \quad (5.6)$$

Wenn  $p \neq p_{crit}$  beschreibt  $g_r$  eine Exponentialfunktion  $g_r \propto \exp\left(-\frac{r}{\xi}\right)$ . Die Korrelationslänge  $\xi$  ist ein typischer Radius für finite Cluster, wenn  $q < q_{crit}$  ist, und gibt für  $q > q_{crit}$  Auskunft darüber, ab wann ein untersuchtes Gitter makroskopisch homogen, d. h. von der Anzahl der Knoten, unabhängig wird. Bei der Simulation ist daher zu berücksichtigen, dass die Diskretisierung des Gitters, d.h. die Anzahl der Porendaten pro Raumrichtung  $L$ , größer als die Korrelationslänge ist ( $L \gg \xi$ ), da für größere Abstände zwischen den entferntesten Punkten kein statistischer Zusammenhang besteht. Eine weitere äquivalente Definition für  $\xi$  ist Gleichung 5.7 [87].

$$\xi^2 = \frac{2 \sum_s R_s^2 s^2 n_s}{\sum_s s^2 n_s} \quad (5.7)$$

Der Gyrationradius  $R_s$  eines Clusters kann als gemittelte Distanz zum Zentrum des Clusterschwerpunkts  $\vec{r}_0$  definiert werden. Wenn  $\vec{r}_i$  die Lage des Knotens  $i$  beschreibt, können die maßgebenden Größen mit

$$R_s^2 = \sum_{i=1}^s \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_0|^2}{s} \quad (5.8)$$

$$\vec{r}_0 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \vec{r}_i \quad (5.9)$$

angegeben werden. Der gemittelte Abstand zwischen zwei beliebigen besetzten Poren im selben Cluster ist daraus einfach abzuleiten und ergibt Gleichung 5.10 (nach [87]).

$$2R_s^2 = \sum_{i,j} \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2}{s^2} \quad (5.10)$$

### 5.3.2 Skalierungsgesetze

Unabhängig vom Gittertyp sind nahe der Perkolationsschwelle Skalierungsgesetze definierbar. Sie hängen nur von der euklidischen Dimension  $d$  des Systems ab. Die Exponenten der Skalierungsgesetze sind Universalkonstanten. Wie in Kapitel 5.3.1 gezeigt, ist ein wesentlicher Faktor zur Beschreibung von Clustern und somit Transportprozessen die Clustergrößenverteilung  $n_s$ . Nach Stauffer [87] ist folgender Zusammenhang gegeben.

$$v_s(q) = \frac{n_s(q)}{n_s(q_c)} = f(z) \quad z = (q - q_{crit}) \cdot s^\sigma \quad (5.11)$$

Durch Einsetzen des Fisher Gesetzes  $n_s(q_{crit}) \propto s^{-\tau}$  in Gleichung 5.11 ergibt sich nach Stauffer [87] das Skalierungsgesetz 5.12, welches in der Nähe der kritischen Besetzungswahrscheinlichkeit  $q_{crit}$  und für große Cluster gilt.

$$n_s(q) = s^{-\tau} f[(q - q_{crit}) s^\sigma] = s^{-\tau} f(z) \quad (q \rightarrow q_{crit}, s \rightarrow \infty) \quad (5.12)$$

Zur vollständigen Beschreibung des Skalierungsgesetzes 5.12 ist per numerischer Simulation die Skalierungsfunktion  $f(z)$  zu bestimmen. Die Exponenten  $\tau$  und  $\sigma$  sind vom Gittertyp unabhängig. Weitere Skalierungsgesetze in der Nähe der Perkolationsschwelle  $q_{crit}$  können über die Bestimmung der Momente  $M_1$  bis  $M_2$  und der Gleichung 5.12 durch Einsetzen abgeleitet werden. Die Wichtigsten werden im Folgenden angegeben.

$$P_{inf}(q) \propto |q - q_{crit}|^\beta \quad (5.13)$$

$$S_p(q) \propto |q - q_{crit}|^{-\gamma} \quad (5.14)$$

$$\xi(q) \propto |q - q_{crit}|^{-\nu} \quad (5.15)$$

In der Perkolationstheorie werden keine infiniten Systeme betrachtet. Das Gitter ist immer finit, und somit stellt sich die Frage der Skalierung und Selbstähnlichkeit des Systems. Lediglich für

Gitter mit  $L \gg \xi$  ist ein System, statistisch gesehen, makroskopisch homogen. Falls jedoch  $L \ll \xi$  ist, ist das System von  $L$  abhängig. Betrachtet wird im Folgenden eine Box mit  $L^d$  sites. Wird davon ausgegangen, dass  $q$  sich in der Nähe von  $q_{crit}$  befindet und  $L \ll \xi$ , dann gilt

$$M(L) \propto L^{D_F} \quad (q \rightarrow q_{crit}, L \ll \xi) \quad (5.16)$$

im umgekehrten Fall mit  $L \gg \xi$

$$M(L) \propto PL^d \quad (q \rightarrow q_{crit}, L \gg \xi) \quad (5.17)$$

$M(L)$  ist die Masse des größten Clusters in der Nähe der kritischen Besetzungswahrscheinlichkeit und beschreibt die Clustergröße  $s$  in einer Box mit Seitenlänge  $L$ .  $P$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Pore zu diesem Cluster gehört. Es sei nun  $L \rightarrow \xi$  und  $q \rightarrow q_{crit}$ , dann muss

$$PL^d = \text{const } L^{D_F} \quad \text{bei} \quad L = \xi \propto |q - q_{crit}|^{-\nu} \quad \text{und} \quad P \propto |q - q_{crit}|^\beta \quad (5.18)$$

sein. Die euklidische Dimension  $d$  ist demnach mit der fraktalen Dimension  $D_F$  wie folgt verbunden.

$$D_F = d - \frac{\beta}{\nu} \quad (5.19)$$

Weitere Relationen zwischen den Universalkonstanten sind leicht herzuleiten. Stauffer [87] zeigt mit seinem Ansatz für  $n_s$ , dass lediglich zwei Universalkonstante zu bestimmen sind, um alle anderen abzuleiten. Es ist hierbei egal, welche zwei bestimmt werden. Es können z. B. mit  $\gamma$  und  $\beta$  die Konstanten  $\tau$  und  $\sigma$  abgeleitet werden (Gleichung 5.20).

$$\sigma = \frac{1}{(\beta + \gamma)} \quad \tau = 2 + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \quad (5.20)$$



Tabelle 5.2: Allgemein anerkannte Universalkonstanten. Rationale Zahlen sind exakte Werte, während die Dezimalzahlen numerisch ermittelt wurden und Näherungswerte darstellen (nach [87])

Exponent	d=2	d=3
$\beta$	5/36	-0,41
$\gamma$	43/18	1,80
$\nu$	4/3	0,88
$\sigma$	36/91	0,45
$\tau$	187/91	2,18
$D_F (q \rightarrow q_{crit})$	91/48	2,53

Allgemein anerkannte Universalkonstanten sind in Tabelle 5.2 wiedergegeben. Die als Rationale Zahlen dargestellten Werte sind exakte Werte, während die Dezimalzahlen numerisch ermittelt wurden und als Näherungswerte zu betrachten sind [87]. Die Universalkonstanten sind vom Perkulationsmodell unabhängig und hängen nur von der euklidischen Dimension des Systems ab. Sie können daher als Kontrollparameter für das betrachtete Perkulationsmodell herangezogen werden.

## 5.4 Zufallsgeneratoren

Da Perkulationsmodellen eine Zufallsverteilung der Kenngrößen (Poren- bzw. Porenengstengrößen) zugrunde liegt (Kapitel 5.1), hat die Qualität des verwendeten Zufallszahlengenerators einen großen Einfluss auf das Ergebnis. Ein schlechter Zufallszahlengenerator wird auch nur unzureichende Ergebnisse aus Perkulationsmodellen zulassen. Ein Computer ist eine deterministische Maschine, so dass jegliche Software keine echten Zufallssequenzen, wie sie in der Natur vorkommen, nachbilden kann. In der Regel wird auf einen sogenannten Pseudozufallszahlengenerator zurückgegriffen. Mit einem deterministischen Programm werden in einem bestimmten Wertebereich pseudo-zufällig verteilte Zahlen (ZZ) erzeugt. Ziel dieser Generatoren ist es, im untersuchten Wertebereich die Zahlen so zufällig zu verteilen, dass die stochastischen Eigenschaften natürlicher Prozesse mit diesem Wertebereich abgebildet werden können. Die Frage ist natürlich: Was ist zufällig genug für das zu untersuchende Problem? Es gibt eine Reihe von statistischen Tests, die einen Standard festlegen [64]. Bekannte Serien an statistischen Tests zur Untersuchung der Güte von Zufallszahlengeneratoren existieren von George Marsaglia (diehard) oder von Pierre l'Ecuyer (TestU01). Nicht alle Zufallszahlengeneratoren genügen jedoch diesen Tests. Hier liegt es beim Programmierer zu entscheiden, ob die erzeugte ZZ-Sequenz für die gestellte Aufgabe ausreicht. Darüber hinaus werden von

einem Programmierer weitere Anforderungen an einen Zufallszahlengenerator gestellt. So ist die Reproduzierbarkeit von ZZ-Sequenzen bei Simulationsprogrammen gefordert, um z. B. das Programm testen zu können. Die wichtigsten Aspekte werden wie folgt zusammengefasst <sup>1</sup>:

- Korrelationen der erzeugten Zufallszahlen sollen verschwinden.
- Die CPU-Zeit zur Erzeugung von Zufallszahlen sollte adäquat sein.
- Die Reproduzierbarkeit von ZZ-Sequenzen sollte gegeben sein.
- Die Zufallszahlen sollen einer vorgegebenen Verteilung folgen. Dies ist in der Regel eine Gleichverteilung.
- Die Periode (Wiederholungsintervall) der Zufallszahlen soll nicht kleiner als eine vorgegebene Zahl sein.

Nach dem aufgestellten Anforderungsprofil an einen Zufallsgenerator beschränkt sich der Verfasser an dieser Stelle auf die sogenannten Kongruenzgeneratoren. Kongruenzgeneratoren sind nach dem Kenntnisstand des Verfassers die bekanntesten und meistverwendeten rekursiv arithmetischen Zufallszahlengeneratoren.

### 5.4.1 Lineare Kongruenzmethode

Lehmer (1949) hat als erster die lineare Kongruenzmethode eingeführt [40]. Es werden gleichverteilte pseudo-Zufallszahlen mit der Rekursionsvorschrift 5.21 erzeugt.

$$zz_{i+1} = (a \cdot zz_i + b) \bmod m \quad \text{mit } a, b, m \in \mathbb{Z} \quad (5.21)$$

$m$	Modulus $0 < m$
$zz$	pseudo-Zufallszahl
$zz_1$	Startwert $0 \leq zz_1 < m$
$a$	Multiplikator $0 \leq a < m$
$b$	Inkrement $0 \leq b < m$

---

<sup>1</sup><http://www.ical.uni-stuttgart.de>

Die Rekursion hat eine Periode von maximal  $m$ . Dies hängt von der Wahl der Parameter  $a, b$  und  $m$  ab. Der Startwert (seed)  $zz_1$  charakterisiert die Zufallssequenz maßgeblich mit. Ein Wertebereich zwischen 0 und 1 kann aus dieser Rekursionsvorschrift durch eine Normierung mit dem Parameter  $m$  erfolgen (Gleichung 5.22).

$$zz_n = zz_i / m \quad (5.22)$$

$zz_n$       normierte pseudo-Zufallszahl

Die Standardgeneratoren der ANSI C library, die sich an den Vorgaben des ANSI-Komitees orientieren, basieren auf dieser Methode. Der Verfasser hat sich gegen diese Standardgeneratoren entschieden, da die Wahl der Parameter sehr schlecht ist<sup>2</sup>. Für den Modulo  $m$  sind für Computer besonders Mersenne'sche Primzahlen von Interesse. Sie lassen sich in der Form  $2^n - 1$  darstellen. Bei 32bit Rechnern kann maximal eine int Variable mit 0 als ersten bit und 31 andere bit gesetzt werden. Hierfür liegt mit  $2^{31} - 1$  eine Mersenn'sche Primzahl vor. Als zweckmäßig für die weiteren Berechnungen hat sich der Parametersatz nach Park und Miller mit Verwendung des Schrage Algorithmus herausgestellt. Park und Miller haben nach zahlreichen Vergleichstests mit anderen Generatoren einen Parametersatz mit

$$a = 7^5 = 16807; \quad m = 2^{31} - 1 = 2147483647 = 7\text{ffff}\text{ffff} \quad \text{und } c = 0$$

festgelegt. Weitere getestete Parametersätze nach Park und Miller sind in [64] gegeben. Der Generator von Park und Miller erfüllt die statistischen Tests und hat sich in vielen Anwendungen bewährt. Es ist nicht in allen Programmiersprachen möglich, diesen Generator ohne Weiteres zu implementieren, da bei manchen Sprachen und Rechnern für große Produkte von  $a$  und  $m - 1$  der zulässige Wertebereich von 32bit verlassen wird. Es gibt bei der Implementierung die Möglichkeit, dies mit dem Schrage Algorithmus elegant zu umgehen. In diesem Algorithmus wird der Modulus  $m$  faktorisiert [64].

---

<sup>2</sup>Ohne Beweis. Siehe hierzu [64] Seite 280–281

$$m = a \cdot q + r \quad \text{d.h. } q = \left\lfloor \frac{m}{a} \right\rfloor, r = m \bmod a \quad (5.23)$$

Mit  $r < q$  und  $0 < zz < m - 1$  gilt ohne Beweis, dass  $a (zz \bmod q)$  und  $r \left\lfloor \frac{z}{q} \right\rfloor$  im Wertebereich 0 bis  $m - 1$  liegt und das

$$a \cdot zz \cdot \bmod m = \begin{cases} (zz \cdot \bmod q) - r \cdot \left\lfloor \frac{zz}{q} \right\rfloor = X & \text{falls } X > 0 \\ (zz \cdot \bmod q) - r \cdot \left\lfloor \frac{zz}{q} \right\rfloor + m & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.24)$$

gilt [64]. In der Verwendung des Schrage Algorithmus mit dem Ansatz von Park und Miller wird für  $q = 127773$  und  $r = 2836$  gesetzt. Wird eine Anzahl von Zufallszahlen in einer 2D-Ebene mit den Koordinaten  $(zz_i, zz_{i+1})$  aufgetragen, so erfüllt die resultierende Verteilung der Daten für  $> n \cdot 10^7$  nicht mehr den  $\xi^2$ -Test. Ein weiterer Punkt, der betrachtet werden muss, ist, dass dieser Zufallsgenerator dazu neigt, dass nach einer kleinen Zufallszahl wieder eine kleine folgt. Daher wurde zum Testen der folgenden Simulationen ein relativ großer Startwert gewählt. Eine andere Möglichkeit ist es, die ersten Zufallszahlen zu verwerfen [64]. Bei der Erstellung einer Zufallssequenz mit beliebigem Startwert (Random-Seed) wird im Folgenden der Startwert über die aktuelle Systemzeit generiert. Der Programmcode mit konstantem Startwert und ein Test des Zufallsgenerators ist in Anlage A.1 wiedergegeben. Die Periode ist somit vorgegeben, so dass eine Zuweisung von maximal  $10^7$  Porenstrukturdaten auf das gewählte Gitter möglich ist, ohne dass die gleiche Zufallszahl generiert wird oder eine Reihenkorrelation zu erwarten ist. Dieser Generator ist für die Anzahl der Zufallszahlen, die für die hier untersuchten Modelle benötigt werden, ausreichend. Werden Gitter mit Porenstrukturdaten  $> 10^7$  in Betracht gezogen, muss ein anderer Zufallsgenerator implementiert werden. Eine Alternative ist bis 100.000.000 Zufallszahlen den ran1 und ab 100.000.000 Zufallszahlen den ran2 Pseudozufallszahlengenerator nach [64] zu verwenden.

### 5.4.2 Zuweisung der Porenstruktur

Der Zufallsgenerator nach Park und Miller mit dem Schrage Algorithmus und den in Kapitel 5.4.1 eingeführten Eingangsparametern liefert gleichverteilte Pseudozufallszahlen  $zz \in \mathbb{R} : zz \in [0, 1)$ . Nach der Generierung einer gleichverteilten Zufallszahl kann mit dem Transformationsgesetz 5.25 jede beliebige Verteilung der Poren- und/oder Porenengstellenverteilung dem gewählten Perkulationsmodell zugewiesen werden.

$$f(y) = f(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (5.25)$$

Es wird im Folgenden davon ausgegangen, dass das Integral der positiven Funktion

$$\int_0^{\infty} f(y) dy = 1 \quad (5.26)$$

ist. Die Lösung der Gleichung 5.25 ist aber gerade die Summenverteilung  $x = F(y)$  wobei  $F(y)$  das infinitesimale Integral der Funktion  $f(y)$  ist. Die benötigte Transformationsfunktion ergibt sich demnach als inverse Funktion von  $F$  zu:

$$y(x) = F^{-1}(x) \quad (5.27)$$

In Abbildung 5.4 ist exemplarisch die Transformationsmethode zur Zuweisung von Porenengstellen dargestellt. Durch die generierten Zufallszahlen  $x = zz$  kann das p-Quantil  $Q_p$  der Dichteverteilung mit  $p \in [0, 1)$  nach Gleichung 5.28 definiert werden.

$$F^{-1}(p) := \inf \{x \in \mathbb{R} : F^{-1}(x) \geq p\} \quad (5.28)$$

Wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die Porenengstellenverteilung (PEV) lognormal verteilt ist, kann die Zuweisung der Porenengstellen mit der Transformationsmethode nach Box/Muller oder der Polar-Methode dem System zugewiesen werden. Diese zwei Methoden

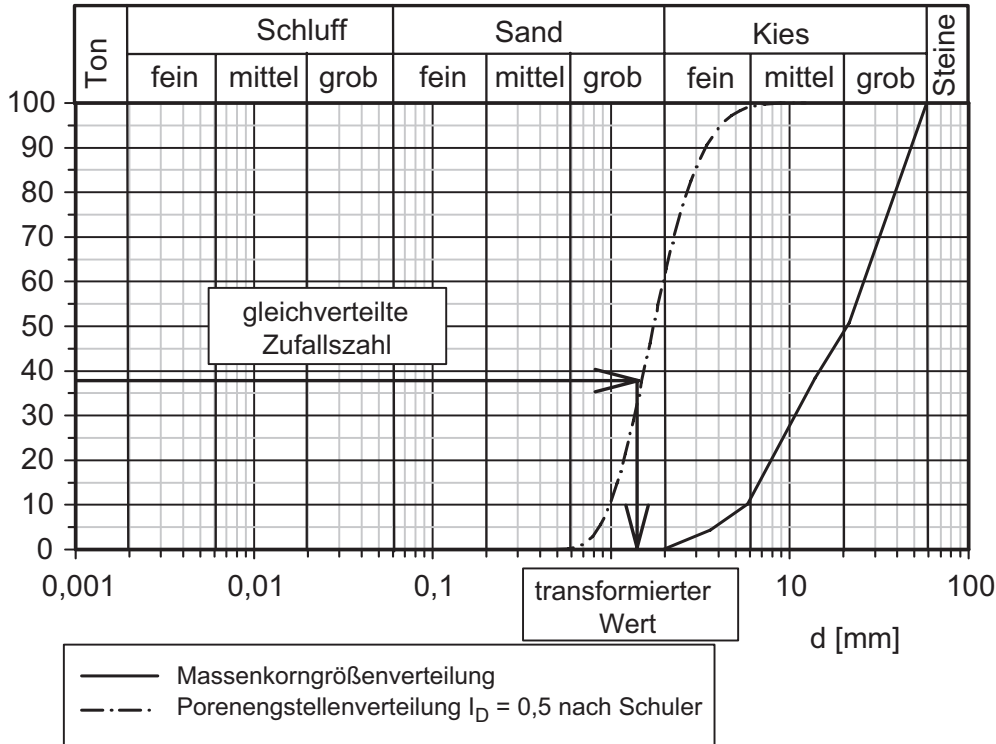


Abbildung 5.4: Transformationsmethode zur Generierung einer zufallsverteilten Porenengstellenverteilung

erzeugen normalverteilte Zufallszahlen  $x_i$ . Sind die Zufallszahlen  $x_i$  normalverteilt, so sind die Zufallszahlen  $e^{x_i}$  lognormalverteilt. Die Annahme, dass die Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellen einer Lognormalverteilung (Gleichung 5.29) folgt, wurde von unterschiedlichen Wissenschaftlern wie z. B. Witt [94], Glantz [23] oder Schuler [70] angenommen.  $\sigma$  (Standardabweichung) und  $\mu$  (Medianwert) sind hierin die fitting Parameter.

$$f(d^{PEV}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma d^{PEV}} \exp \left\{ -\frac{[\ln(d^{PEV}) - \mu]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (5.29)$$

Jede gleichverteilte Zufallszahl entspricht einer Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung (Abbildung 5.4). In Abbildung 5.4 sind auf der y-Achse die Anzahlwahrscheinlichkeiten der Porenengstellenverteilung bzw. der Siebdurchgang der Korngrößenverteilung und auf der x-Achse im logarithmischen Maßstab die Porenengstellen- bzw. Korndurchmesser dargestellt. Durch die Generierung gleichverteilter Zufallszahlen wird vorausgesetzt, dass jede Porenengstelle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit im System vorkommen kann. Werden dem Perkulationsmodell gleichverteilte Zufallszahlen ohne eine Transformation zugewiesen, so sind die resultierenden Ergebnisse aus einem beliebigen Perkulationsmodell wiederum auf die Anzahlwahrscheinlichkeiten bezogen. Diskrete Aussagen, auf einen beliebigen Erdstoff angewandt, können anschließend dadurch getroffen werden, dass die resultierenden Ergebnisse auf eine Porenstruktur des betrachteten Erdstoffes transformiert werden. Dies hat den Vorteil, dass einerseits Rechenzeiten eingespart werden, da nicht die gesamte Porenengstellenverteilung transformiert werden muss, sondern lediglich die diskreten Werte entlang der Porenengstellenverteilung, die für die weitere Aussage relevant sind. Andererseits werden vorerst Unschärfen der Porenengstellenverteilung an sich und durch die Transformation bedingte Unschärfen ausgeschlossen. Die Unschärfen an den diskreten Werten können anschließend gesondert betrachtet werden. Die resultierenden Ergebnisse sind darüber hinaus vorerst unabhängig vom Erdstoff. Erst durch die Transformation werden die diskreten Aussagen aus der Perkulationstheorie auf einen zu untersuchenden Erdstoff angewandt. Dies kann numerisch erfolgen, indem z. B. mit dem Verfahren von Box/Muller diskrete Werte der Anzahlwahrscheinlichkeit auf eine gegebene Porenengstellenverteilung transformiert werden. Alternativ kann dies auch händisch erfolgen, indem die interessanten Anzahlwahrscheinlichkeiten, in einem Diagramm über die y-Achse, auf die Porenengstellenverteilung projiziert und der zugehörige Porenengstellendurchmesser auf der x-Achse abgelesen wird.





---

## Kapitel 6

# Untersuchung der Suffosion mit Perkolationsmodellen

### 6.1 Kinematik des Materialtransportes

Ein freies oder schwach gebundenes Partikel kann als mobil bezeichnet werden, wenn ein Porenpfad existiert, durch welchen es innerhalb einer Gefügestruktur kinematisch umgelagert werden kann. Es kann von einer Pore zu einer benachbarten Pore gelangen, wenn mindestens eine Porenengstelle den Durchgang geometrisch erlaubt. Ein mobiles Partikel, das in eine Pore eingetragen wird, hat genauso viele Möglichkeiten, die Pore zu verlassen, wie auch passierbare Porenpfade von dieser Pore wegführen. Statistisch gesehen besitzt jeder angrenzende passierbare Porenpfad die gleiche Wahrscheinlichkeit, dass das Partikel durch diesen zur nächsten Nachbarpore gelangt. Dies steht im Widerspruch zur Realität, da Strömungsbedingungen (Mikroturbulenzen) innerhalb der Porenstruktur, die Schwerkraft und physiko-chemische Kräfte maßgeblich die Partikelbewegung beeinflussen. In erster Näherung werden das Eigengewicht mobiler Partikel, physiko-chemische Kräfte und Mikroturbulenzen vernachlässigt. In diesem Fall und bei laminarer Strömung im Porensystem hat das mobile Partikel die Tendenz, die Pore in Richtung des passierbaren Porenpfades mit der größten Anströmgeschwindigkeit zu verlassen. Je größer die Anströmgeschwindigkeit, desto größer die Wahrscheinlichkeit, dass das mobile Partikel dem zugehörigen Porenpfad zuströmt. Exemplarisch wird dies in Abbildung 6.1 veranschaulicht [39]. Dieser präferentielle Porenpfad wird mit Perkolationsmodellen systematisch untersucht. Eine Vernachlässigung physiko-chemischer Kräfte, der Schwerkraft und Mikroturbulenzen ist eine konservative Annahme, da diese Einflussparameter als zusätzliche Widerstände gegenüber Partikeltransport im betrachteten System gelten.

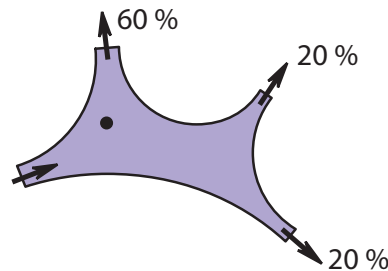


Abbildung 6.1: Durchströmungsbasierte Wahrscheinlichkeit, dass ein Partikel einem passierbaren Porenpfad zuströmt

## 6.2 Wahl des Perkulationsmodells und Annahmen

Die Studien der 3D-Porenstrukturen ausgewählter Böden durch Witt und Glantz sowie diejenigen aus dem DFG-Projekt „SUFFOS“ (Kapitel 3.2) zeigen, dass in erster Näherung die Verwendung eines unkorrelierten Bond-Perkulationsmodells auf einem einfachen kubischen Gitter die Porenstruktur angemessen approximieren kann. Die Verwendung eines regulären Gitters setzt jedoch einige Vereinfachungen der realen Porenstruktur voraus. Im Falle eines unkorrelierten Bond-Perkulationsmodells auf einem einfachen kubischen Gitter ist die Konnektivität zu  $z = 6$  Nachbarporen gegeben (Abbildung 6.2b). Es wird daher näherungsweise davon ausgegangen, dass im gesamten betrachteten Porensystem die gleiche Konnektivität zwischen Nachbarporen besteht. Dies steht im Widerspruch zur Realität, in der die Konnektivität einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, wenn auch einer begrenzten, folgt. Wird von einem typischen fluviatilen Sediment ausgegangen, wie es z. B. im Mittellauf von Flüssen vorkommt, kann nach eigenen Erfahrungen davon ausgegangen werden, dass die strukturbildenden Kornfraktionen suffosiver Böden in den meisten Fällen aus Kieskornfraktionen bestehen. Dies ermöglicht, dass die Porenstrukturuntersuchungen von Witt und Glantz zur Wahl der Modellbildung herangezogen werden können. Die Untersuchungen mit Porenabdrücken nach Witt [94] und die Porenstrukturanalyse nach Glantz [23, 24] zeigen für die untersuchten Böden, dass die Konnektivität, d. h. die Anzahl der Porenengstellen pro Pore, einer Lognormalverteilung folgen. Nach Witt ergibt sich ein Mittelwert der Konnektivität von  $z = 5,73$  bei einem Variationskoeffizienten von  $C_V = 33,5\%$ . Da in Witt [94] die exakten Werte nicht vorliegen, wird hier der Medianwert der gruppierten Daten angegeben, der sich zu  $\tilde{z} \cong 5,36$  ergibt. Der Einfluss der Lagerungsdichte auf die Konnektivität ist nach Witt [94] gering, und die Variation der Kornform führte auf eine etwas geringere Konnektivität bei ausgeprägt gerundeten Körnern. Eine Abnahme der Konnektivität bedingt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass das Partikel zu einer Nachbarpore gelangt, abnimmt, während eine Zunahme der Konnektivität das Ge-

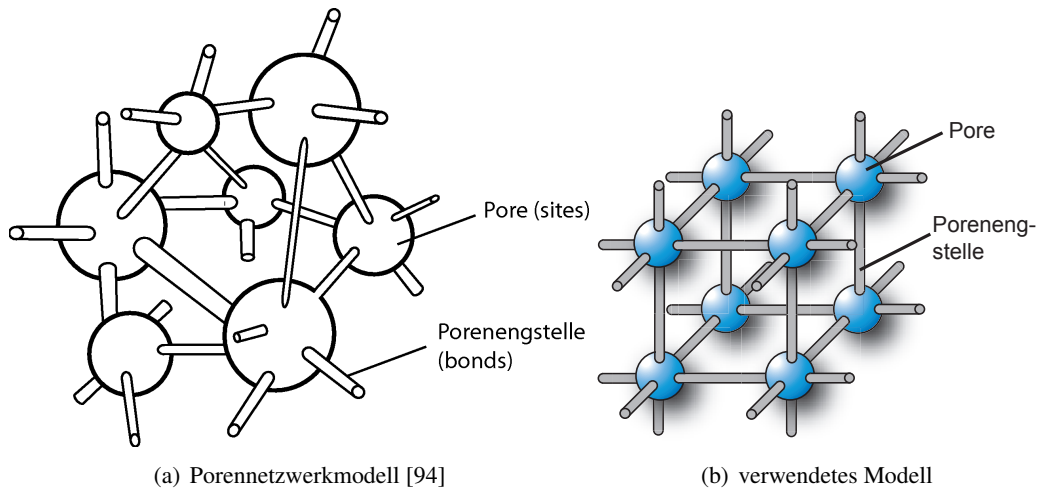


Abbildung 6.2: a) Porennetzwerkmodell nach Witt [94] und b) einfaches kubisches Gitter

genteil bewirkt. Einflüsse unter Berücksichtigung einer Verteilungsfunktion der Konnektivität auf lokale und globale Strukturveränderungen werden bei makroskopischen Systemen gering eingeschätzt. Es wird davon ausgegangen, dass makroskopisch der Einfluss der Konnektivität am Mittelwert und nicht am Extremwert orientiert ist. Unter globaler Strukturveränderung wird hierbei die Bewegung innerhalb des spanning Clusters verstanden, während lokale Strukturveränderungen auf die finiten Cluster beschränkt sind. Das hier betrachtete unkorrelierte Bond-Perkulationsmodell auf einem einfachen kubischen Gitter weist eine etwas höhere Konnektivität von  $z = 6$  auf. Dies liegt auf der sicheren Seite, was die Möglichkeiten von Materialtransportprozessen betrifft.

Sämtliche Korrelationen innerhalb der Porenstruktur werden nicht betrachtet. Eine Vernachlässigung der Poren ist in erster Näherung gerechtfertigt, da definitionsgemäß die pro Pore angrenzenden Porenengstellen immer kleiner als die Pore selbst sind. Die angrenzenden Porenengstendurchmesser sind demnach für die Betrachtung von Materialtransportprozessen die relevanten Größen. Autokorrelationen der Porenengstellen können vernachlässigt werden, da die Korrelationslängen im Verhältnis zu den relevanten makroskopischen Transportprozessen verschwindend gering sind. Somit sind die Ergebnisse aus korrelierten und unkorrelierten Perkulationsmodellen, im makroskopischen Maßstab, als identisch zu bewerten.

Der Modellierung von suffosiven Materialtransportprozessen mit einem einfachen kubischen Gitter liegen zusammenfassend folgende Modellvereinfachungen zugrunde:

- Heterogenitäten der Gefügestruktur wie Feinschichtung oder Linsen sind nicht vorhanden.
- Poren werden im Modell nicht berücksichtigt.
- Verbindungen zwischen Nachbarporen bilden nicht den Porenpfad ab, sondern entsprechen einem Zylinder mit einem Durchmesser äquivalent der Minima entlang der Porenpfade. Diese Minima sind die sogenannten Porenengstellen.
- Die realen Abstände zwischen den nächsten Nachbarporen bleiben unberücksichtigt und werden im Modell durch Einheitslängen ersetzt.
- Die Konnektivität aller Poren ist über das Porenstrukturmodell gleich und ist nicht statistisch verteilt.
- Autokorrelationen innerhalb und zwischen einzelnen Porenstrukturparametern werden vernachlässigt.
- Intergranulare Rückhaltemechanismen wie Brückenbildung oder Partikel-Partikel Interaktionen werden für die geometrische Möglichkeit von Partikeltransport nicht berücksichtigt.
- Es wird keine durch Gefügetransport bedingte Porenstrukturänderung betrachtet.

Unabhängig von der Verteilung der Porenengstellen im Gefüge können allgemeine Aussagen über globale und lokale Strukturveränderungen in einem Bodenvolumen mit einem Perkulationsmodell abgeleitet werden. Dazu werden den bonds der Porennetzwerkmodelle lediglich die kumulativen Anzahlwahrscheinlichkeiten der Porenengstellen zugewiesen. Mit der in Kapitel 5.4.2 dargestellten Transformationsmethode können getroffene Zusammenhänge auf jede beliebige Porenengstellenverteilung übertragen werden.

Die Modellbildung und Simulation von Transport- und Rückhaltemechanismen in einem einfachen kubischen Bond-Perkulationsmodell erforderte eine eigene Programmierung, da Standardsoftware zur Lösung der dargestellten Problemstellung nicht existiert. Das verwendete C++ Programm wurde im Zuge der vorliegenden Arbeit vom Verfasser selbst geschrieben und durch numerische Tests validiert und optimiert. So wurde der verwendete Pseudozufallsgenerator (Kapitel 5.4.1) getestet, die richtige Übergabe von float und integer Variablen im Quellcode

überprüft, Sensitivitätsanalysen durchgeführt (Kapitel 6.3.1) und die aus eigenen Berechnungen abgeleiteten Universalkonstanten mit anerkannten Universalconstanten (Tabelle 5.2) verglichen. Den Verbindungen (bonds) des Perkulationsmodells werden in diesem Programm die Anzahlwahrscheinlichkeiten einer beliebigen Porenengstellenverteilung zugewiesen. Dies ermöglicht eine vom Erdstoffgefüge unabhängige Herleitung von mathematischen Gesetzmäßigkeiten und eliminiert darüber hinaus Unschärfen der Porenengstellenverteilung, die die maßgebende Eingangsgröße zur Modellierung der Porenstruktur darstellt. Die Unschärfen in der Porenengstellenverteilung werden durch die numerische Transformation verstärkt, da diese Näherungsmethoden darstellen (Kapitel 5.4.2). Die Auswertung der Simulationen erfolgt über die besetzten Poren in einem Cluster, d. h. Poren, die mindestens eine offene Verbindung zu einer nächsten Nachbarpore aufweisen.

## 6.3 Globale Strukturveränderung

Unter einer globalen Strukturveränderung wird die Mobilitätswahrscheinlichkeit eines Partikels verstanden, der unabhängig von der Systemgröße, d. h. in unendlich ausgedehnten Systemen, in einer homogenen, isotropen und selbstähnlichen Porenstruktur umgelagert werden kann, ohne zu kolmatieren. Er kann nur kolmatieren, wenn maßgebende Porenengstellen im Vorfeld durch andere mobilisierte Partikel verstopft und damit undurchgängig werden. Damit ist die Bestimmung des größten Partikels, der gerade noch an irgendeiner Stelle in der Porenstruktur kolmatieren kann, als kritischer Partikeldurchmesser zu verstehen.

Globale Strukturveränderungen können mit Perkulationsmodellen anhand der Perkulationswahrscheinlichkeit  $P_{inf}(p)$  und der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit  $P_{global}(p)$  beschrieben werden. Die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit  $P_{global}(p)$  wird definiert als die Wahrscheinlichkeit, dass eine Pore des gesamten Porennetzwerks zum spanning Cluster gehört.  $P_{global}(p)$  ist dabei von der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung abhängig und somit vom Vernetzungsgrad (Gleichung 6.1). Eine Pore gehört zum spanning Cluster, wenn sie durch eine offene Porenengstelle mit dem spanning Cluster verbunden ist. Über die Transformationsmethode (Kapitel 5.4.1) ist die globale Mobilität eines beliebigen Partikels innerhalb der Porenstruktur nachvollziehbar.

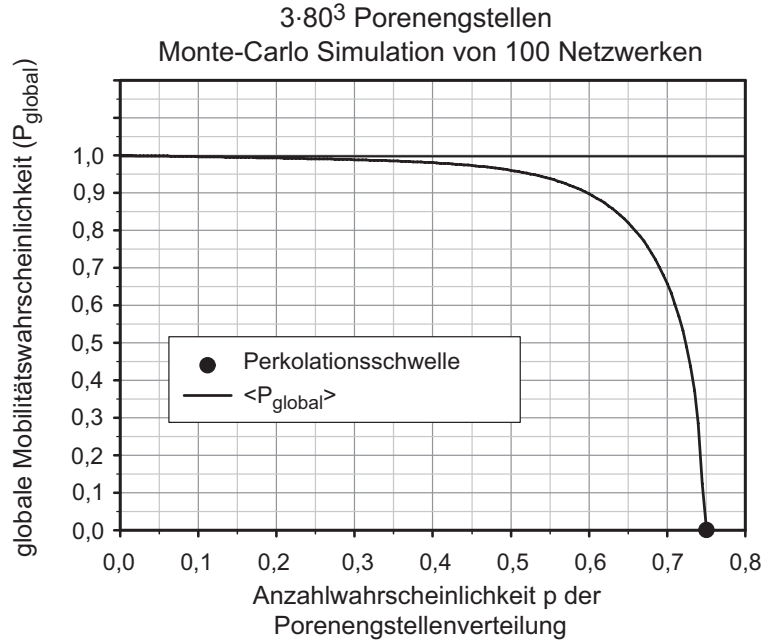


Abbildung 6.3:  $\langle P_{global}(p) \rangle$  in Relation zur Partikelgröße äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit  $p$  der Porenengstellenverteilung. Ermittelt aus 100 Monte-Carlo Simulationen in einem Porennetzwerk mit  $3 \cdot 80^3$  Porenengstellen

$$P_{global}(p) = \frac{\text{Anzahl der Poren im spanning Cluster}}{\text{Anzahl aller Poren im System}} \quad (6.1)$$

Ist rein geometrisch eine Mobilität nur global möglich, so ergibt sich  $P_{global}(p)$  zu 1, während bei rein lokalen Strukturveränderungen, d.h. für  $p > p_{crit}$ , die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit  $P_{global}(p)$  definitionsgemäß identisch 0 sein muss. Die Perkolationsschwelle ist dann erreicht, wenn gerade keine globale Mobilitätswahrscheinlichkeit mehr vorhanden ist, d. h. genau dann, wenn  $P_{global}$  die x-Achse schneidet (Abbildung 6.3).

### 6.3.1 Sensitivitätsanalyse

Im Zusammenhang mit dieser Arbeit wurden Sensitivitätsanalysen für alle im Folgenden berechneten Ausgabeparameter durchgeführt. Dabei hat sich gezeigt, dass die Streuung der Ausgabeparameter generell an der Perkolationsschwelle am größten ist. Mit den Sensitivitätsanalysen wurde der Einfluss der Netzwerkgröße und der Anzahl an Monte Carlo Simulationen auf die Ausgabeparameter quantifiziert und in der Modellbildung und der Wahl einer ausreichenden Anzahl an Simulationen berücksichtigt. Exemplarisch wird die Sensitivitätsanalyse an dem Verlauf der globalen Perkulationswahrscheinlichkeit und der damit verbundenen Streuung an der Perkolationsschwelle demonstriert.

In den einzelnen Simulationen zur Bestimmung des Verlaufes von  $P_{global}(p)$  wurde die Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung  $p$  sukzessive um  $\Delta p = 0.005$  erhöht, bis  $P_{global}(p)$  das erste Mal identisch 0 war. Für jedes  $p$  wurde die zugehörige globale Mobilitätswahrscheinlichkeit bestimmt. Abbildung 6.3 zeigt exemplarisch den gemittelten Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit  $\langle P_{global}(p) \rangle$ , der aus einem Datensatz von 100 Simulationen bei einem Porennetzwerk mit  $3 \cdot 80^3$  Porenengstellen ermittelt wurde. Im Anschluss an die Monte Carlo Simulationen wurde mit dem QQ und PP-Diagramm des Programms SPSS 15 die Art der Verteilung von  $P_{global}$  für unterschiedliche  $p = const$  bestimmt. Dies erfolgt in SPSS 15, indem die Quantile (QQ) bzw. kumulierten Anteile (PP) einer Variablen, in diesem Fall  $P_{global}$  bei  $p = const$ , einer zu testenden Verteilung gegenübergestellt wird. Diese Untersuchung ergab für jedes  $p = const$  und für jede untersuchte Systemgröße, dass die Werte der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit als normalverteilt angenommen werden können.

In einem nächsten Schritt wurde die Streuung der Perkolationsschwelle in Abhängigkeit der Systemgröße und der Anzahl an Monte Carlo Simulationen genauer analysiert. Auch hier ergab sich durch die Analyse mit SPSS 15, dass eine Normalverteilung der Perkolationsschwelle angenommen werden kann. Tabelle 6.1 zeigt die Streuung der Perkolationsschwelle  $p_{crit}$  für unterschiedliche Porennetzwerkgrößen in Abhängigkeit der Anzahl an Monte Carlo Simulationen. Für die in Tabelle 6.1 dargestellten Porennetzwerkgrößen ist feststellbar, dass ab 100 Simulationen der Variationskoeffizient sich nicht mehr wesentlich ändert, d. h. eine höhere Genauigkeit des Ausgabeparameters kann durch eine höhere Anzahl an Simulationen nicht erreicht werden. Weniger als 100 Simulationen werden nicht verwendet, um eine ausreichende Datenmenge für eine statistische Auswertung zu garantieren. Tabelle 6.1 zeigt darüber hinaus, dass je größer die Systeme werden, desto kleiner wird der Variationskoeffizient. Im Folgenden wird daher der Einfluss der Systemgröße auf die Genauigkeit des Ausgabeparameters näher überprüft.

Tabelle 6.1: Einfluss der Anzahl an Monte Carlo Simulationen auf die Steubreite der Perkolationsschwelle

Anzahl an Porenengstellen	$3 \cdot 40^3$			$3 \cdot 50^3$		$3 \cdot 60^3$		$3 \cdot 65^3$	
Anzahl der Simulationen	100	200	400	100	200	100	200	100	200
Minimum	0,740	0,735	0,735	0,740	0,740	0,740	0,740	0,745	0,740
Maximum	0,760	0,760	0,765	0,760	0,760	0,760	0,760	0,755	0,760
arithmetisches Mittel	0,749	0,748	0,749	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750
Standardabweichung	0,0054	0,0052	0,0057	0,0042	0,0043	0,0037	0,0034	0,0032	0,0035
Variationskoeffizient	0,0072	0,0069	0,0076	0,0056	0,0057	0,0049	0,0045	0,0043	0,0046

Abbildung 6.4 zeigt den Zusammenhang des Variationskoeffizienten der Perkolationsschwelle und Abbildung 6.5 den Verlauf der Maxima, Minima sowie die Mittelwerte  $\langle p_{crit} \rangle$  von der Porennetzwerkgröße ( $L$  Anzahl der Poren pro Raumrichtung). Der Mittelwert der Perkolationsschwelle nähert sich mit zunehmender Porennetzwerkgröße immer mehr  $\langle p_{crit} \rangle = 0,75$  an, während der Variationskoeffizient immer kleiner wird. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass sich in unendlich großen Porennetzwerken  $p_{crit} = 0,75$  einstellen wird. Für sehr große Porenstrukturen, die für die geotechnische Betrachtung von Materialtransportprozessen relevant sind, ist es legitim, den Mittelwert  $\langle p_{crit} \rangle = 0,75$  zur Bestimmung des kritischen Partikeldurchmessers anzunehmen, da die Standardabweichung schon bei Porennetzwerken mit  $L^3 = 40^3$  Poren bzw.  $3 \cdot 40^3$  Porenengstellen so gering ist, dass sie vernachlässigt werden kann. Da die Streuung um die Mittelwerte von  $P_{global}(p)$  an der Perkolationsschwelle am größten ist, können für den gesamten Verlauf von  $P_{global}(p)$  ebenfalls die Mittelwerte angenommen werden.

Abbildung 6.6 zeigt für die Anzahlwahrscheinlichkeiten der Porenengstellenverteilung  $p = 0,5, 0,6$  und  $0,7$ , dass sich  $\langle P_{global}(p) \rangle$  mit wachsender Porennetzwerkgröße für jedes  $p$  asymptotisch einem konstantem Wert nähert. Die Asymptote wird nun als Erwartungswert definiert und eine Abweichung vom Erwartungswert  $\leq 3\%$  zugelassen. Damit ergibt sich, dass Porennetzwerke mit  $\geq 3 \cdot 50^3$  Porenengstellen ( $L \geq 50^3$  Poren pro Raumrichtung) untersucht werden müssen, um die Abweichung vom Erwartungswert  $\leq 3\%$  zu garantieren.



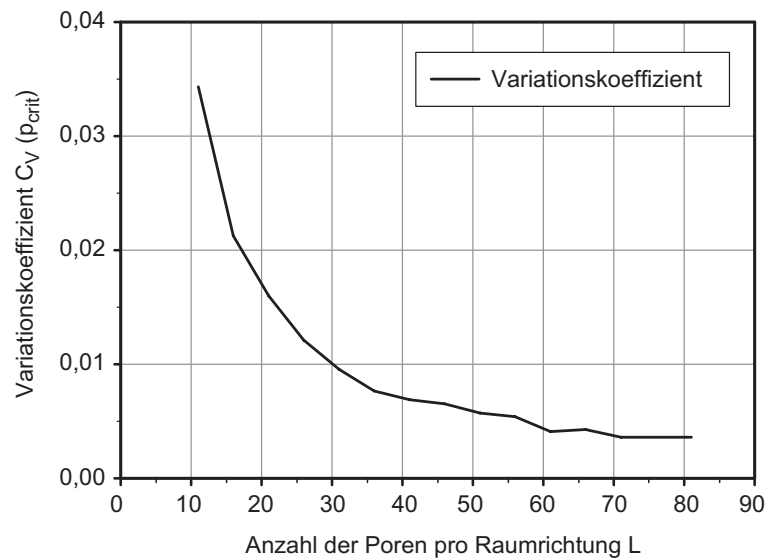


Abbildung 6.4: Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Perkolationschwelle  $C_V(p_{crit})$  von der Porennetzwerkgröße

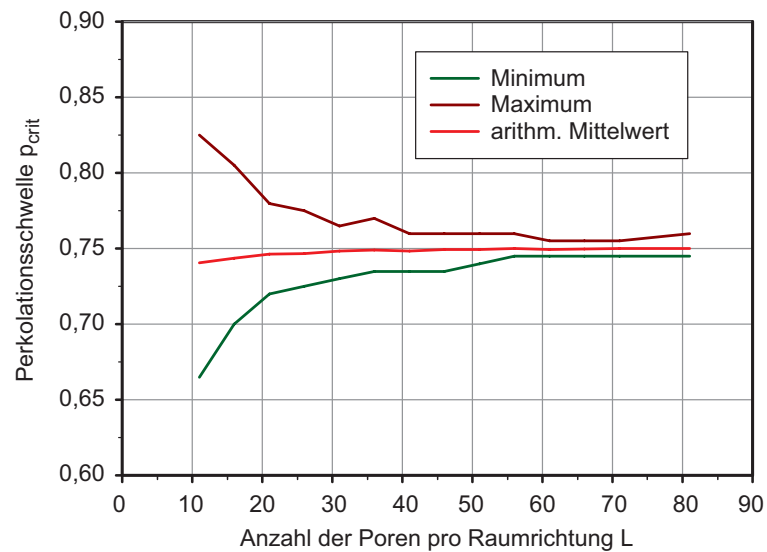


Abbildung 6.5: Maxima, Minima und arithmetisches Mittel der Perkolationschwelle in Abhängigkeit der Porennetzwerkgröße (Monte-Carlo Simulationen)

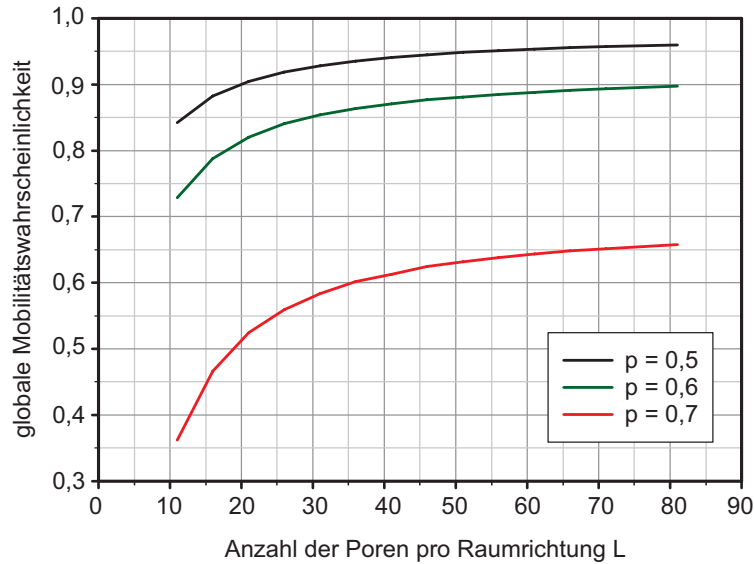


Abbildung 6.6: Abhängigkeit der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit von der Porennetzwerkgröße. Exemplarisch für Partikeldurchmesser äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeiten  $p = 0,5$ ;  $0,6$  und  $0,7$

In Hinblick auf die Genauigkeit des Verlaufes der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit und der benötigten Rechenzeiten hat sich eine Systemgröße von  $\geq 3 \cdot 65^3$  Porenengstellen und eine Anzahl an Simulationen von mindestens 100 bewährt. Die Variationskoeffizienten entlang von  $P_{global}(p)$  für  $p = const$  sind in diesem Fall so gering, dass die Annahme des Verlaufes entlang der Mittelwerte  $\langle P_{global}(p) \rangle$  gerechtfertigt ist. Für eine Systemgröße von  $3 \cdot 65^3$  Porenengstellen und 100 Simulationen ergibt sich an der Perkolationsschwelle ein maximaler Variationskoeffizient von  $C_V = 0,005$ . Eine Abweichung der mittleren globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit  $\langle P_{global}(p) \rangle$  zu den jeweiligen Erwartungswerten ist in diesem Fall  $< 1\%$ . Die Aussagen zur Anzahl der Monte-Carlo Simulationen und zur Systemgröße sind auf die Perkulationswahrscheinlichkeit, die Anzahl finiter Cluster und die gewichtete mittlere Größe der finiten Cluster  $S(p)$  übertragbar. Dies wurde in gesonderten Sensitivitätsanalysen quantifiziert.

### 6.3.2 Globale Mobilitätswahrscheinlichkeit

Wie bereits oben beschrieben, ist aus dem Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit die Perkolationsschwelle  $p_{crit}$  an der Stelle ablesbar, wo  $P_{global}(p)$  die x-Achse schneidet. Aus Abbildung 6.3 ist ersichtlich, dass dies bei  $p_{crit} = 0,75$  der Fall ist. Aus dem Mittelwert der Perkolationsschwelle kann der Mittelwert der kritischen Besetzungswahrscheinlichkeit  $q_{crit} = 1 - p_{crit} = 0,25$  berechnet werden. Die berechnete kritische Besetzungswahrscheinlichkeit entspricht dem allgemein anerkannten Wert aus Tabelle 5.1. Da über die Transformationsmethode das p-Quantil der Porenengstellenverteilung  $f(r^{PEV})$  an der Perkolationsschwelle die Partikelgröße ergibt, die gerade nicht mehr global aus dem betrachteten Bodenvolumen ausgespült werden kann, ergibt sich der kritische Partikelradius  $r^{PEV}$  durch Lösen der Gleichung 6.2.

$$p_{crit} = \int_0^{r_{crit}^{PEV}} f(r^{PEV}) dr^{PEV} \quad (6.2)$$

Nun entspricht das p-Quantil der Dichteverteilung genau dem kumulierten Anteil der Summenverteilung, so dass der kritische Partikeldurchmesser sich auch direkt aus der Summenverteilung ergibt. Dazu wird der Porenengstellendurchmesser ermittelt, der einer Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung von 75% entspricht. Sind die Partikel kleiner als das 75%-Quantil der Porenengstellenverteilung, findet sich ein durchgängiger Porenpfad innerhalb der betrachteten Porenstruktur.

Darüber hinaus ist die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit eines jeden Korndurchmessers des betrachteten Erdstoffes innerhalb der maßgebenden Porenstruktur quantifizierbar. Der Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit zeigt, dass im Mittel für die p-Quantile von 0 bis 40% der Porenengstellenverteilung  $\langle P_{global}(p) \rangle$  sich zu 98% ergibt. Von da an nimmt die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit exponentiell bis zur Perkolationsschwelle ab (Abbildung 6.3). Die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit ist für  $p > p_{crit} \equiv 0$ . Eine globale Mobilität ist damit nicht mehr gegeben, und Strukturveränderungen sind nur noch auf lokale Porenräume beschränkt. Übertragen auf die Suffosionsstabilität bedeutet dies, dass z. B. ein Partikel, das dem 60%-Quantil der Porenengstellenverteilung entspricht, geometrisch global aus der Porenstruktur ausgewaschen werden kann, unabhängig wie groß der Homogenbereich ist, und zweitens, dass die Mobilität innerhalb von 90% des gesamten Porenraumes möglich ist. Bei einem Korndurchmesser entsprechend dem 70%-Quantil der Porenengstellenverteilung ist geometrisch noch eine Mobilität innerhalb von 65,7% des gesamten Porenraums gegeben. Für Partikel größer oder gleich dem 75% Quantil der Porenengstellenverteilung findet sich kein durchgängiger Porenpfad mehr. Diese Aussagen sind unabhängig von der Porennetzwerkgröße

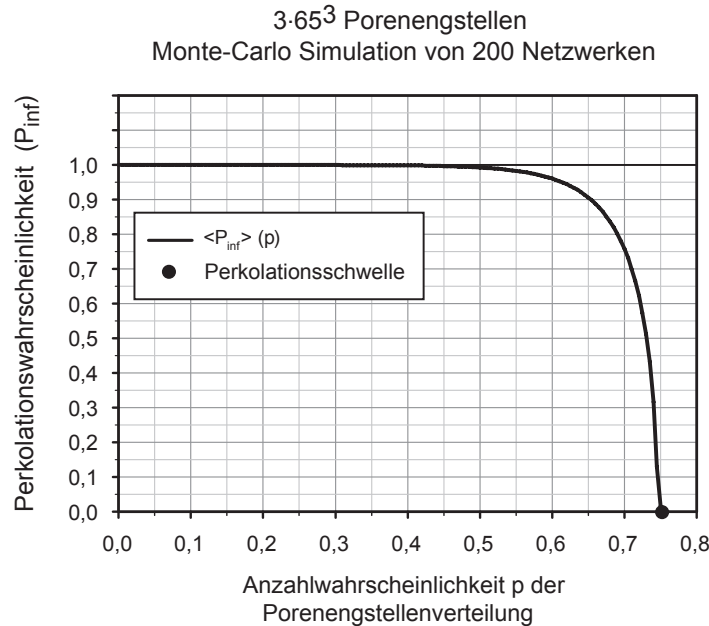


Abbildung 6.7:  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  aus Monte-Carlo Simulation mit 200 Wiederholungen in einem Porennetzwerk mit  $3 \cdot 65^3$  Porenengstellen (bonds)

gültig, solange Porennetzwerke mit  $\geq 3 \cdot 65^3$  Porenengstellen betrachtet werden. Werden kleinere Porennetzwerke betrachtet, ist der Variationskoeffizient bzw. die Standardabweichung zu berücksichtigen. Siehe hierzu Kapitel 6.3.1 zur Sensitivitätsanalyse.

### 6.3.3 Perkulationswahrscheinlichkeit

Die Perkulationswahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Partikel innerhalb eines Bodenvolumens global umgelagert wird und nicht lokal. Ist geometrisch eine Mobilität nur global möglich, so ergibt sich  $P_{inf}(p)$  zu 1, während bei rein lokalen Strukturveränderungen, d.h. für  $p > p_{crit}$ , die Perkulationswahrscheinlichkeit  $P_{inf}(p)$  definitionsgemäß identisch 0 sein muss. Abbildung 6.7 zeigt den mittleren Verlauf von  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  aus einem Datensatz von 200 Monte-Carlo Simulation bei einer Porennetzwerkgröße von  $3 \cdot 65^3$  Porenengstellen. Die Perkulationsschwelle kann analog zur Vorgehensweise bei der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit aus dem Verlauf von  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  ermittelt werden und wird genau dann erreicht, wenn  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  die x-Achse schneidet (Abbildung 6.7). Die Größe der Perkulationsschwelle ( $p_{crit} = 0,75$ ) ist mit dem Wert aus der Betrachtung der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit

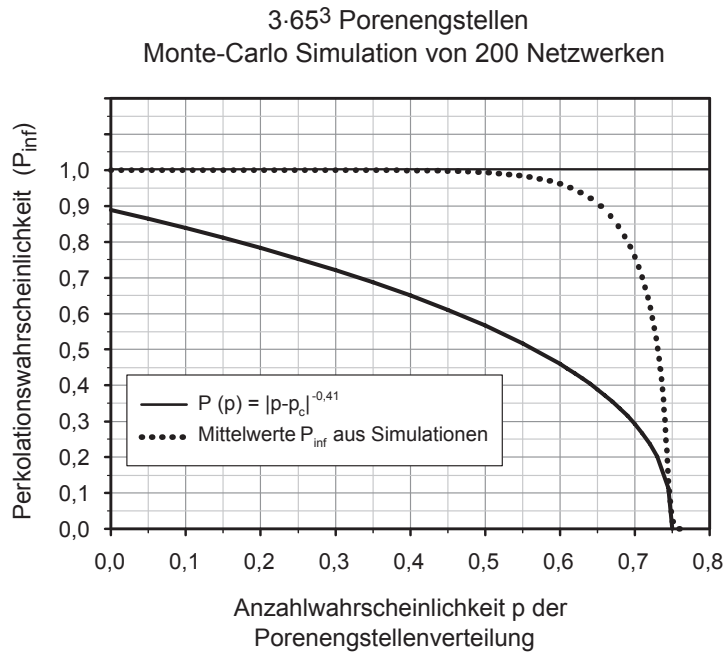


Abbildung 6.8: Skalierungsgesetz  $P_{inf}(p) \propto |p - p_{crit}|^{-0.41}$  und  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  aus Berechnungen von 200 Porennetzwerken mit  $3 \cdot 65^3$  Porenengstellen

identisch (Kapitel 6.3.2). Es zeigt sich in Abbildung 6.7, dass bis  $p = 0,5$  die Perkolationswahrscheinlichkeit  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  einen Wert von  $\cong 1$  annimmt. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine besetzte Pore zum spanning Cluster gehört, bei  $\cong 100\%$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Partikel kleiner dem 50%-Quantil der Porenengstellenverteilung (PEV) nur in finiten Clustern (lokal begrenzt) umgelagert wird, liegt unter  $\ll 1\%$ . Die Größe der finiten Cluster wird über die Perkolationswahrscheinlichkeit nicht angegeben, sondern sie ist lediglich ein Maß dafür, ob eine besetzte Pore zum durchgehenden (spanning) Cluster gehört oder zu einem finiten Cluster. Die Perkolationswahrscheinlichkeit geht für größere Kornfraktionen, d. h. Partikel größer dem 50%-Quantil der PEV, exponentiell gegen  $\langle P_{inf}(p_{crit}) \rangle = 0$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass eine besetzte Pore zum durchgehenden Cluster gehört, nimmt exponentiell ab, und die Wahrscheinlichkeit von lediglich lokalen Umlagerungen von Partikel nimmt exponentiell zu. Abbildung 6.8 zeigt darüber hinaus, dass in der Nähe der Perkolationschwelle  $\langle P_{inf}(p) \rangle$  dem Skalierungsgesetz  $P_{inf}(p) \propto |p - p_{crit}|^{-0.41}$  folgt. Die Universalkonstante  $\beta = -0,41$  entspricht dem anerkannten Wert aus Tabelle 5.2.

### 6.3.4 Validierung mit kernspintomographischen Aufnahmen

Mit der Annahme, dass das tragende Kornskelett einem Kies entspricht und das mobile Feinkorn im Porenraum des Kornskeletts eingelagert ist, ist es möglich, die Bewegungsmöglichkeit der mobilen Fraktionen mit den Ergebnissen von Glantz zu vergleichen. Glantz [23] schätzt die kritische Ausdehnung von Partikel bezüglich ihrer Bewegungsmöglichkeit anhand von Porennetzwerken ab, die er mit kernspintomographen Aufnahmen an enggestuften Kiesen mathematisch-morphologisch beschrieben hat. Unter kritischer Ausdehnung von Partikel versteht er die Partikelgröße, die gerade noch unendliche Distanzen in einer homogenen Porenstruktur überwinden können, falls die hydrodynamischen Kräfte ausreichend groß sind. Dies entspricht dem größten suffosiven Partikeldurchmesser bzw. dem Basiskorn, welches gerade nicht mehr von einem angrenzenden Filter zurückgehalten wird. Als Ergebnis erhält er für seine untersuchten Proben einen kritischen Partikeldurchmesser, der dem 73%-Quantil (Kies Rundkorn) bzw. 83%-Quantil (Kies gebrochen) der Porenengstellenverteilung entspricht. Dabei weist er auf Unschärfen durch die teils zu geringe Auflösung der kernspintomographischen Aufnahmen hin. Das Ergebnis aus dem hier vorgestellten Perkulationsmodell ergibt einen kritischen Partikeldurchmesser, der im Mittel dem 75%-Quantil der Porenengstellenverteilung entspricht. Dies liegt im Wertebereich nach Glantz. Es ist aber auch festzustellen, dass der errechnete Wert von  $p_{crit}$  etwa 8% geringer ist als bei den Versuchen von Glantz, wenn gebrochener Kies betrachtet wird. Dies kann damit zusammenhängen, dass ein gebrochener Kies im Mittel eine größere Konnektivität der Poren aufweist oder die Unschärfen in der Bildverarbeitung eine Fehlinterpretation bedingte.

## 6.4 Lokale Strukturveränderungen

Bei der Betrachtung von Filtern ist es ausreichend, die Eindringtiefe in einen Filter zu überprüfen und somit die finiten Cluster am Systemrand eines Perkulationsmodells zu analysieren. Werden jedoch Suffosionsprozesse oder die Entmischungsneigung von Böden betrachtet, so sind zusätzlich lokale Strukturveränderungen von potenziell mobilen Partikeln innerhalb des Erdstoffgefüges von Interesse. Sind größere lokale Partikelumlagerungen in lokal begrenzten Porenräumen innerhalb eines tragenden Kornskeletts möglich, so führt dies zu Veränderungen der hydrodynamischen Bedingungen im Boden. Diese ungünstigeren Strömungsbedingungen führen unter Umständen zu Umlagerungen des Grobkornskeletts und damit zu Setzungen oder induzieren andere Erosionsprozesse im Untergrund.

Mit der Anwendung der Perkolationstheorie können diverse statistische Parameter abgeleitet werden, um lokale Strukturveränderungen quantifizieren zu können. Wie bereits in Kapitel 5.3 erwähnt, geht die Analyse lokaler Strukturveränderung von der Clustergrößenverteilung  $n_s$  aus.

Mit der Betrachtung von  $n_s(p)$  ist es möglich, die lokale Mobilität einer bestimmten Partikelgröße in der betrachteten Porenstruktur genauer zu analysieren. Abbildung 6.9 zeigt, dass die Clustergrößenverteilungen in Abhängigkeit von  $p$  Exponentialfunktionen folgen.  $p$  ist ein Maß für den Vernetzungsgrad, da nur diejenigen Porenpfade durchgängig sind, die größer als das betrachtete  $p$ -Quantil sind. Im Falle von  $p < p_{crit}$  kann der Verlauf mit Gleichung 6.3 und für  $p > p_{crit}$  mit Gleichung 6.4 angenähert werden. In den Gleichungen sind  $\theta$ ,  $a$  bzw.  $b$ , die vom Vernetzungsgrad abhängigen, Fitting Parameter.

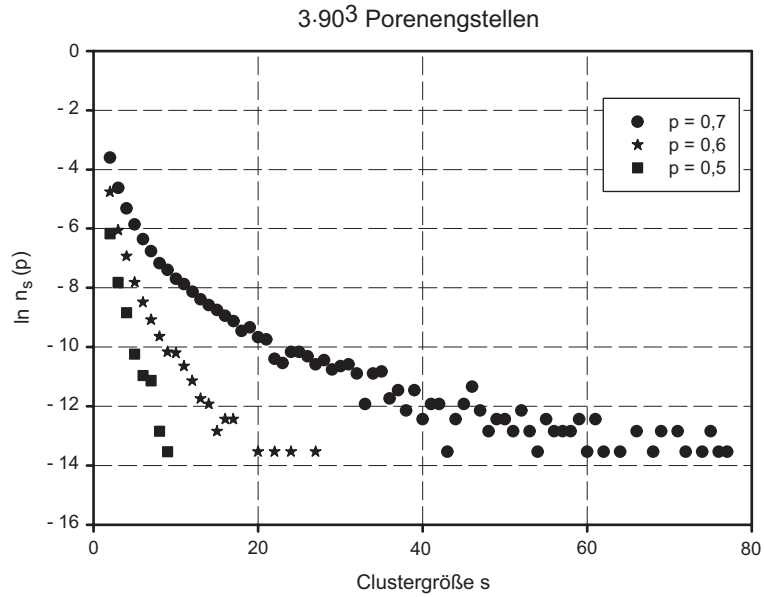
$$n_s(p < p_{crit}) \propto s^{-\theta} \cdot e^{as} \quad (6.3)$$

$$n_s(p > p_{crit}) \propto e^{-bs^{2/3}} \quad (6.4)$$

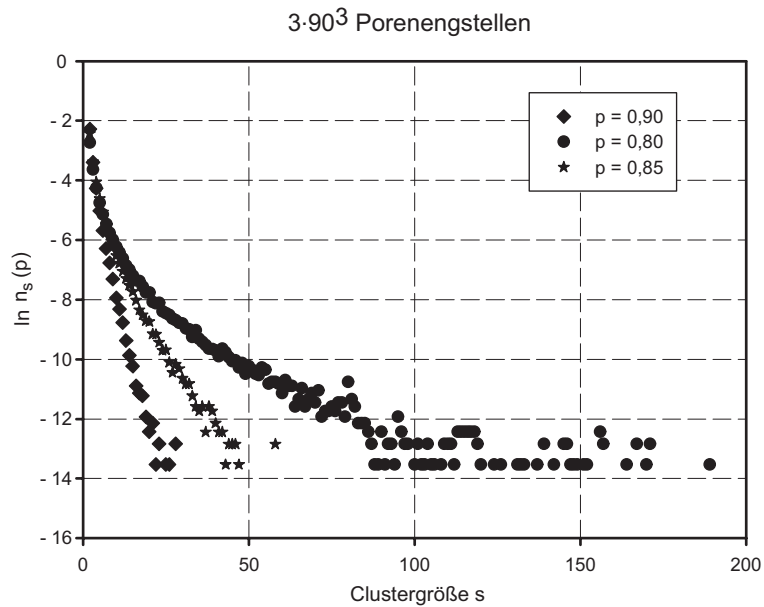
Die Verteilungen sind unabhängig von der Netzwerkgröße. Ausgenommen von Fluktuationen bei größeren finiten Clustern folgen die Clustergrößenverteilungen derselben Regression (Abbildung 6.10). Exemplarisch wird dies an drei unterschiedlichen Netzwerkgrößen mit  $3 \cdot 30^3$ ,  $3 \cdot 50^3$  und  $3 \cdot 90^3$  Porenengstellen in Abbildung 6.10 demonstriert. Zur besseren Veranschaulichung wurde die Clustergrößenverteilung lediglich für  $p = 0,8$  aufgetragen. Alle anderen Anzahlwahrscheinlichkeiten der Porenengstellenverteilung  $p$  zeigen ebenfalls einen von der Skalierung unabhängigen Verlauf der Clustergrößenverteilung für  $p = const.$  Somit ist die Clustergrößenverteilung von der Skalierung unabhängig, solange homogene, isotrope und selbstähnliche Porenstrukturen vorliegen.

Es liegt daher nahe, ein universales Skalierungsgesetz zu formulieren, um die Clustergrößenverteilung über eine mathematische Funktion gänzlich erfassen zu können. Nach Stauffer gilt das Skalierungsgesetz 6.5 (siehe Kapitel 5.3.2).

$$v_s(p) = \frac{n_s(p)}{n_s(p_{crit})} = f(z) \quad z = (p - p_c) \cdot s^\sigma \quad (6.5)$$



(a)  $n_s(p < p_{crit}) \propto s^{-\theta} \cdot e^{as}$



(b)  $n_s(p > p_{crit}) \propto e^{-bs^{2/3}}$

Abbildung 6.9: Clustergrößenverteilungen  $n_s(p)$  für ein Porennetzwerk mit  $3 \cdot 90^3$  Porenengstellen und Partikelgrößen äquivalent der unterschiedlichen Anzahlwahrscheinlichkeiten der Porenengstellenverteilung  $p$



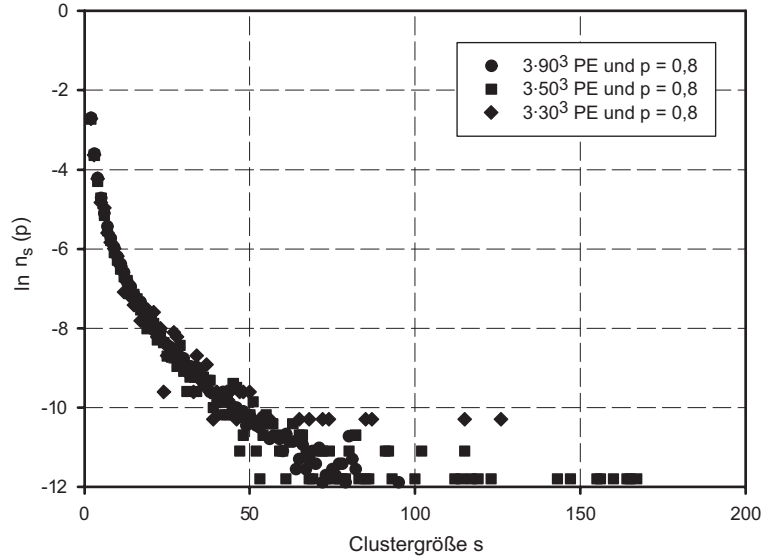
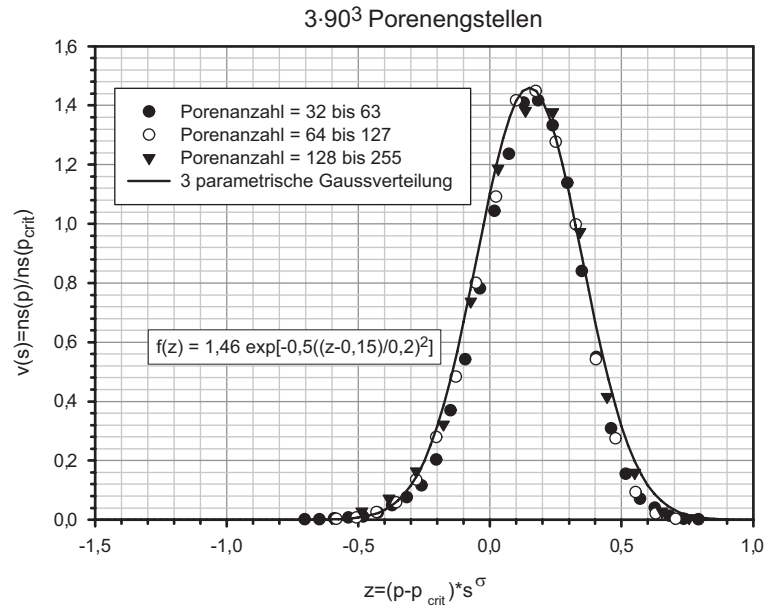
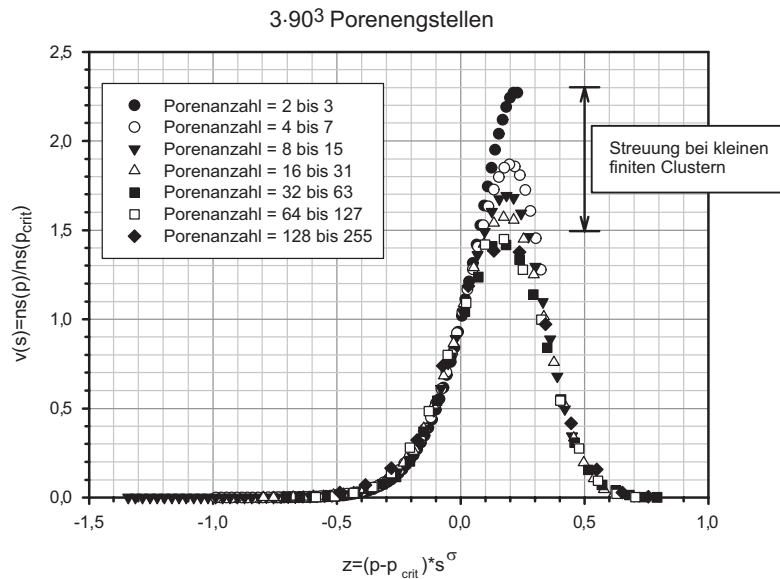


Abbildung 6.10: Clustergrößenverteilungen  $n_s(p)$  für Partikelgrößen äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung  $p = 0,8$ . Porennetzwerkgrößen mit  $3 \cdot 30^3$ ,  $3 \cdot 50^3$  und  $3 \cdot 90^3$  Porenengstellen (PE).

Die Skalierungsfunktion  $f(z)$  ist zu bestimmen. Im 3-Dimensionalen (3D) ist die Universal-konstante  $\sigma$  mit  $\sigma = 0,45$  gegeben (Tabelle 5.2) und konnte durch die eigenen Simulationen bestätigt werden (Abbildung 6.11). Die Auswertung ergibt für finite Cluster  $> 16 - 31$  als Regression für den Zusammenhang  $v_s(z)$  eine 3-parametrische Gaussverteilung (Gleichung 6.6). Werden finite Cluster  $< 16 - 31$  betrachtet, ist dieser Zusammenhang nicht mehr gegeben. Die Peakwerte von  $v_s(z)$  streuen für kleine finite Cluster sehr stark (Abbildung 6.12). Da bei der Betrachtung von Materialtransportprozessen lediglich größere lokale Kornumlagerungen von Interesse sind, ist die Betrachtung kleiner finiter Cluster nicht von Bedeutung. Lokale Umlagerungen in kleinen finiten Clustern haben keine negativen Auswirkungen auf den Baugrund. Setzungen können ausgeschlossen und Veränderungen der Strömungsbedingungen vernachlässigt werden. Daher ist es vollkommen ausreichend, ein Skalierungsgesetz zu formulieren, welches lediglich für lokale Strukturveränderungen mit Clustergrößen  $> 16 - 31$  zutreffend ist.

$$f(z) = 1,46 \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{z - 0,15}{0,20} \right)^2 \right] \quad s > 16 - 31 \quad (6.6)$$

Abbildung 6.11: Skalierungsgesetz für die Clustergrößenverteilung  $n_s$  mit  $\sigma = 0,45$ Abbildung 6.12: Gültigkeit des Skalierungsgesetzes für die Clustergrößenverteilung  $n_s$  mit  $\sigma = 0,45$

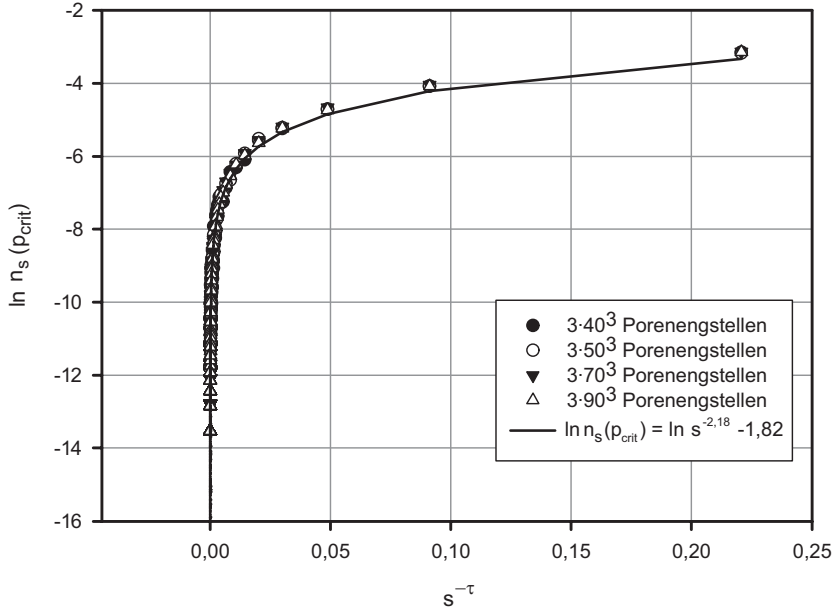


Abbildung 6.13: Clustergrößenverteilung  $n_s(p_{crit})$  an der Perkolationsschwelle mit  $\tau = 2,18$

Wie bereits in Abbildung 6.10 gezeigt, ist die Clustergrößenverteilung von der Skalierung unabhängig. Dieser Zusammenhang wird nochmals in Abbildung 6.13 mit  $n_s(p_{crit})$  bestätigt. An der Perkolationsschwelle ist die Clustergrößenverteilung  $n_s(p_{crit})$  für unterschiedliche Netzwerkgrößen aufgetragen. Abgesehen von einer geringen Streubreite haben die Werte für unterschiedliche Netzwerkgrößen denselben funktionalen Zusammenhang. Es kann somit für  $n_s(p_{crit})$  eine von der Netzwerkgröße unabhängige Regressionsfunktion formuliert werden. Die Anzahl aller Poren im System sei nun mit  $L^3$  gegeben. Dabei wird von einem Würfel um das Porensystem ausgegangen, der  $L$  Poren pro Raumrichtung beinhaltet. Die Clustergrößenverteilung  $n_s(p_{crit})$  kann an der Perkolationsschwelle mit Gleichung 6.7 angenähert werden (Abbildung 6.13).

$$n_s(p_{crit}) = s^{-\tau} - 0,162 = s^{-2,18} - 0,162 \quad (6.7)$$

Aus Gleichung 6.7 kann abgeleitet werden, dass  $n_{s,p_{crit}} \propto s^{-\tau}$  ist.  $\tau$  ist hierin die allgemein anerkannte Universalkonstante. In 3D ergibt sich diese zu  $\tau = 2,18$  (Tabelle 5.2). Einsetzen von Gleichung 6.7 in die Skalierungsfunktion  $v_s(p)$  ergibt

$$\Rightarrow n_s(p) = f(z) \cdot (s^{-2,18} - 0,162) \quad (6.8)$$

Mit der Skalierungsfunktion nach Gleichung 6.8 ist es im Folgenden möglich, für jedes Partikel und jede Systemgröße die lokale Mobilität innerhalb des betrachteten Systems nachzuvollziehen, solange homogene, isotrope und selbstähnliche Porennetzwerke betrachtet und Aussagen ausschließlich für Clustergrößen  $> 16 - 31$  getroffen werden. Über die Angabe der Clustergröße  $s$  kann direkt die Anzahl der finiten Cluster, die aus  $s$ -Poren bestehen, in einem beliebig großen Porensystem berechnet werden.

Im Folgenden wird auf die mittlere Größe finiter Cluster  $S(p)$  (Abbildung 6.14) und auf die Anzahl finiter Cluster (Abbildung 6.15) in Abhängigkeit der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung  $p$  eingegangen. Es wurde in Kapitel 6.3 gezeigt, dass Partikelgrößen bis zum 75%-Quantil der Porenengstellenverteilung (PEV) global aus dem Porenvolumen ausgespült werden können. Lokale Partikelumlagerungen sind von untergeordneter Rolle. Im Bereich von  $0,50 < p < p_{crit} = 0,75$  nimmt die Perkulationswahrscheinlichkeit exponentiell ab. Das spanning Cluster zerfällt in immer mehr finite Cluster (Abbildung 6.15). Dabei nimmt  $S(p)$  bis zur Perkulationsschwelle exponentiell zu (Abbildung 6.14). Die Mobilitätswahrscheinlichkeit reduziert sich sukzessiv auf lokale Partikelumlagerungen, während die Perkulationswahrscheinlichkeit sich asymptotisch  $P_{inf} = 0$  annähert. Im Falle von  $p > p_{crit}$  hat sich das spanning Cluster aufgelöst, und nur noch finite Cluster liegen vor. Die Perkulationswahrscheinlichkeit ist demnach  $P_{inf} = 0$ , und lediglich lokale Strukturveränderungen sind möglich. Mit größer werdendem Partikeldurchmesser, d. h.  $p \rightarrow 1$ , nimmt auch die lokale Mobilität immer weiter ab. Dies spiegelt sich einerseits in der Abnahme der mittleren Größe der finiten Cluster und andererseits in der Abnahme der Anzahl finiter Cluster wider. Die lokal begrenzten Porenräume, in denen eine Umlagerung möglich ist, werden somit immer kleiner. In der Nähe der Perkulationsschwelle erreicht  $S(p)$  ihr Maximum (Abbildung 6.14). Die Monte-Carlo Simulation zeigt an der Perkulationsschwelle eine große Streubreite der Werte für  $S(p)$  (Abbildung 6.14). Eine statistische Datenauswertung, der über Monte-Carlo Simulationen erfassten Werte wurde hierfür mit dem QQ und PP-Diagramm des Programms SPSS 15 durchgeführt. Es zeigte sich, dass die Werte für  $S(p)$  entlang der Achsen  $p = const, p \rightarrow p_{crit}$  lognormalverteilt sind.

Ein genauerer Blick auf die Anzahl der finiten Cluster in Abhängigkeit von  $p$  zeigt, dass erst einmal die Anzahl zwischen  $0,40 < p < 0,86$  zunimmt und anschließend rapide bis auf null abnimmt. Das heißt, dass die lokale Mobilität von Partikel größer dem 86%-Quantil der Porenengstellenverteilung sehr schnell stark eingeschränkt ist. Die größte Anzahl an finiten Clustern befinden sich rechts der Perkulationsschwelle bei  $p = 0,86$  (Abbildung 6.15). Bei  $p = 0,86$  ist die mittlere Größe finiter Cluster  $S(p)$  jedoch wesentlich kleiner im Vergleich

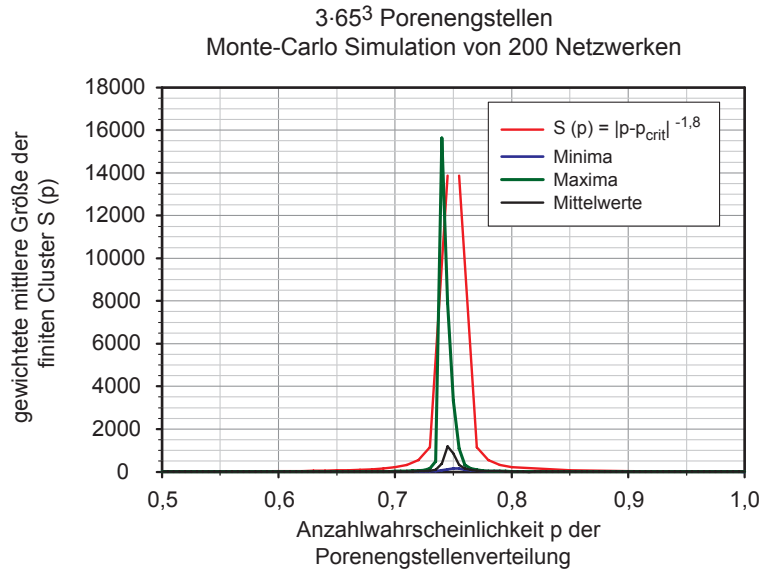


Abbildung 6.14: Mittlere Größe finiter Cluster  $S(p)$  in Relation zu Partikelgrößen äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung  $p$ . Monte-Carlo Simulation mit 200 Wiederholungen in einem Porennetzwerk mit  $3 \cdot 65^3$  Porenengstellen

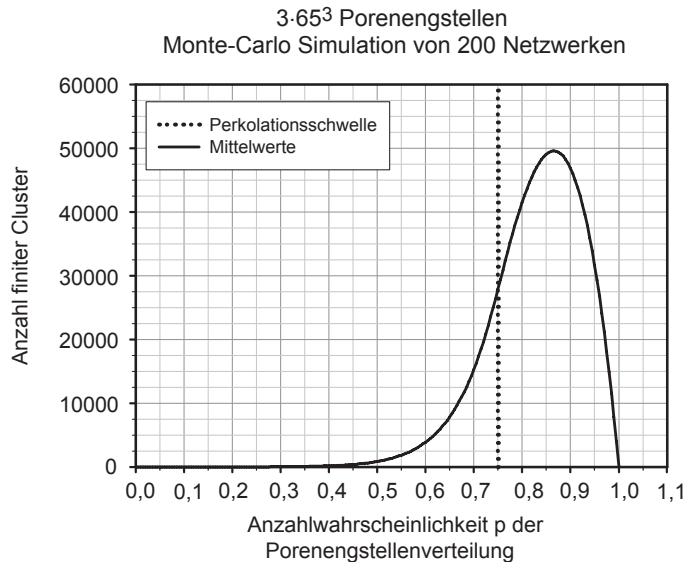


Abbildung 6.15: Anzahl der finiten Cluster in Relation zur Partikelgröße äquivalent der Anzahlwahrscheinlichkeit der Porenengstellenverteilung  $p$ . Monte-Carlo Simulation mit 200 Wiederholungen in einem Porennetzwerk mit  $3 \cdot 65^3$  Porenengstellen

zu dem Bereich von  $0,70 < p < 0,80$ . Daraus resultiert, dass die relevanten finiten Clustergrößen, in denen lokale Strukturveränderungen gegebenenfalls maßgebend werden, auf den Bereich  $0,75 \leq p \leq 0,80$  beschränkt werden können, da bis  $p = p_{crit}$  für die innere Suffosion die globale Mobilität maßgebend ist.

Auch für die mittlere Porenraumgröße kann ein Skalierungsgesetz formuliert werden. Der funktionale Zusammenhang  $S(p) \propto |p - p_c|^{-\gamma}$ , mit der Universalkonstante  $\gamma = 1,8$  für 3D-Modelle (Tabelle 5.2), ist in Abbildung 6.14 mit dargestellt. Es ist ersichtlich, dass alle numerisch ermittelten Werte in der Nähe der Perkulationsschwelle dem Skalierungsgesetz  $S(p) \propto |p - p_c|^{-1,8}$  folgen.

## 6.5 Strukturveränderungen in Kontaktzonen

Durch die Untersuchung lokaler Strukturveränderungen in suffosiven Böden können durch die Perkulationstheorie zwei Fragestellungen beurteilt werden. Zum einen, welche lokalen Strukturveränderungen von Partikel größer dem kritischen Partikeldurchmesser sind innerhalb des betrachteten Erdstoffgefüges möglich. Zum anderen, ist durch die Betrachtung der lokal begrenzten Strukturveränderungen in Kontaktzonen quantifizierbar, ob die Mobilität von Partikel, kleiner dem kritischen Partikeldurchmesser, durch einen angrenzenden Homogenbereich gestoppt werden kann.

Ergänzend zu den bisherigen Herleitungen zur lokalen Strukturveränderung ist hierzu die Eindringtiefe bestimmter Partikelgrößen in eine angrenzende Schicht oder die Größe der beeinflussten Kontaktzone an Schichtgrenzen zu untersuchen. In Kontaktzonen sind lediglich die finiten Cluster an einem Systemrand und deren Ausdehnung in das Porennetzwerk zu analysieren. Die finiten Cluster innerhalb des Porennetzwerkes ohne direkten Kontakt zu einem der Systemränder sind für Materialtransportprozesse in der Kontaktzone nicht relevant.

Das von Schuler vorgestellte Modell zur Simulation der Eindringtiefe von mobilen Partikel in einen angrenzenden Filter und zur Bestimmung des kritischen Basispartikeldurchmessers war ein Site-Perkulationsmodell auf einem einfachen kubischen Gitter [70]. Die Porenengstendurchmesser wurden hierbei durch die Knoten des Gitters repräsentiert. Etwaige Korrelationen in der Porenstruktur wurden von vornherein ausgeschlossen. Durch seine Modellvorstellung in 3-Dimensionen wird die Anzahl der verbundenen nächsten Nachbarporen (Koordinationszahl  $z$ ) auf  $z = 4$  reduziert. Die Versuchsergebnisse von Witt und Glantz zeigen jedoch, dass ein Mittelwert der Konnektivität von etwa  $z \cong 6$  vorherrscht (Kapitel 6.2). Die Konsequenz daraus ist, dass Schuler mit seinem Ansatz die Eindringtiefe und den kritischen Basispartikeldurchmesser unterschätzt.

Mit dem vorgestellten unkorrelierten Bond-Perkulationsmodell auf einem einfachen kubischen Gitter, das die Porenstruktur besser abbildet (Kapitel 6.2), wurde die mittlere Eindringtiefe (Gleichung 6.9) durch die Analyse der finiten Cluster am Systemrand, für drei unterschiedliche Porennetzwerkgrößen bestimmt. Unter mittlerer Eindringtiefe wird die gewichtete mittlere Größe der finiten Cluster an einem Systemrand verstanden. Für jedes Partikel äquivalent dem  $p$ -Quantil der Porenengstellenverteilung kann gesondert die mittlere Eindringtiefe bestimmt werden.

$$E(p) = \frac{\sum_s s^2 \cdot n_s}{\sum_s s \cdot n_s} = \frac{\sum_i s_i^2}{\sum_i s_i} \quad (6.9)$$

$s$  Anzahl der Poren in einem finiten Cluster am Systemrand für  $p > p_{crit}$

Dabei hat sich herausgestellt, dass für die Systemgrößen mit  $3 \cdot 30^3$ ,  $3 \cdot 60^3$  und  $3 \cdot 90^3$  Porenengstellen der Verlauf der mittleren Eindringtiefe in Abhängigkeit von  $(p - p_{crit})$  identisch, d. h. von der Systemgröße unabhängig ist (Abbildung 6.16). Dies erlaubt, einen von der Skalierung unabhängigen funktionalen Zusammenhang zu formulieren (Gleichung 6.10).

$$f(p - p_{crit}) = 0,07 \cdot (p - p_{crit})^{-1,8} \quad \text{für } p > p_{crit} \quad (6.10)$$

Es ist festzustellen, dass in der Nähe der Perkolationsschwelle  $p = p_{crit}$  die mittlere Eindringtiefe eine große Anzahl an Poren umfassen kann. Die mittlere Größe der finiten Cluster am Systemrand nimmt mit größer werdendem  $p$  sehr schnell ab. So ist z. B. die beeinflusste Zone für einen Partikeldurchmesser äquivalent dem 80%-Quantil ( $p - p_{crit} = 0,05$ ) der Porenengstellenverteilung auf  $E(p = 0,8) = 15$  beschränkt.

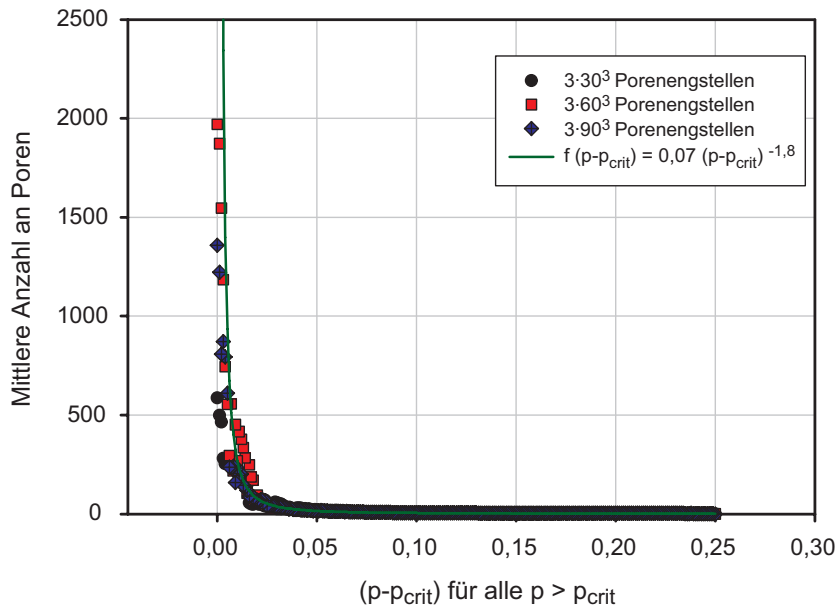


Abbildung 6.16: Mittlere Eindringtiefe in Kontaktzonen

## 6.6 Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Perkolationstheorie

Die bekannten Ergebnisse aus 3D-Porenstrukturanalysen wurden in der Modellbildung berücksichtigt. Dabei hat sich herausgestellt, dass mit einem unkorrelierten Bond-Perkulationsmodell auf einem einfachen kubischen Gitter die Porenstruktur adäquat modelliert werden kann. Die Konnektivität zu den nächsten Nachbarporen mit sechs in diesem Porennetzwerkmodell kommt realen Porenstrukturen am nächsten. In anderen Porennetzwerkmodellen wird die Konnektivität entweder zu gering oder zu hoch angenommen, was eine Fehlinterpretation der Mobilität der potenziell mobilen Partikel bedingt. So wird in einem Quadratgitter die Konnektivität mit einer Anzahl von vier angenommen und die Bewegungsmöglichkeit von potenziell mobilen Partikel unterschätzt, während in einem kubisch-raumzentrierten Gitter die Konnektivität mit acht angenommen wird und die Mobilität überschätzt wird. Das bedeutet, dass entweder das größte suffosive Korn zu klein (Quadratgitter) oder zu groß (kubisch-raumzentrierten Gitter) ermittelt wird.

Die wesentlichen Universalkonstanten konnten mit dem vorgestellten Modellansatz quantifiziert werden. Der vom Verfasser in C++ programmierte Algorithmus zur Modellierung von Porenstrukturen und der Simulation von Rückhalte- und Transportmechanismen mit einem un-



korrelierten Bond-Perkulationsmodell auf einem einfachen kubischen Gitter konnte verifiziert werden. Die Grenzbedingung von maximal  $10^7$  Zufallszahlen wurde mit den untersuchten Simulationen eingehalten und der Zufallsgenerator separat getestet. Der wesentliche Ausgabeparameter  $p_{crit}$  konnte durch die Porenstrukturanalysen von Glantz bestätigt werden. Eine Sensitivitätsanalyse zur Anzahl von Monte Carlo Simulationen und der Porennetzwerkgröße wurde für jeden Ausgabeparameter gesondert durchgeführt und bei der Modellbildung und Anzahl der Simulationen berücksichtigt.

Mit der Perkolationstheorie wurde eine Methode gewählt, mit der in dem verwendeten Perkulationsmodell nicht nur die geometrische Möglichkeit globaler Strukturveränderungen nachvollzogen werden kann, sondern auch lokale Strukturveränderungen innerhalb einer Porenstruktur und in einer Kontaktzone zweier Bodenschichten bzw. am Rand eines Homogenbereiches. Als Einschränkung ist zu bewerten, dass die hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten nur für homogene, isotrope und selbstähnliche Erdstoffgefüge, also Homogenbereiche, gültig sind und die Porenengstellenverteilung des tragenden Kornskeletts bekannt sein muss, um die hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten auf einen konkreten Erdstoff anwenden zu können.

Die allgemein gültigen Gesetzmäßigkeiten sind vorerst vom Erdstoff und der relevanten Porenstruktur unabhängig. Über die Transformationsmethode (Kapitel 5.4.2) sind die hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten auf jedes Erdstoffgefüge übertragbar. Als wesentliche Kenngröße dient hierbei die Porenengstellenverteilung. Über das p-Quantil der Porenengstellenverteilung kann für jede Partikelgröße gesondert die Mobilität innerhalb eines Porennetzwerkes quantifiziert werden. Die Bestimmung der Porenengstellenverteilung für eine gegebene Korngrößenverteilung und Lagerungsdichte kann mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK-Leipzig (Kapitel 3.3) bestimmt werden. Alternativ kann die Porenengstellenverteilung mit anderen Modellansätzen, wie z. B. nach Schuler [70], hergeleitet werden. Die hergeleitete Porenengstellenverteilung ist hinsichtlich ihrer Unschärfen durch Modellannahmen und Parameterstreuung zu untersuchen, kritisch zu bewerten und in den abgeleiteten Aussagen zu berücksichtigen. Genauere Aussagen über den suffosiven Materialtransportprozess bedingen darüber hinaus eine Quantifizierung der für den Materialtransportprozess relevanten Porenstruktur, d. h. die Ermittlung der Porenstruktur des tragenden Kornskeletts.

Die lokale und globale Mobilitätswahrscheinlichkeit eines jeden Partikel innerhalb des Erdstoffgefüges kann nachvollzogen werden. Durch den Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit können Massenverluste für unterschiedliche p-Quantile prognostiziert werden. Dabei ist zu beachten, dass bei bindigen Böden das Einzelkorn nicht maßgebend ist, sondern Aggregate, deren Größe durch die physiko-chemischen Bedingungen im Erdstoff bzw. umgebenden Millieu beeinflusst werden. Die Entmischungsneigung bzw. Suffosionsbeständigkeit ist dadurch quantifizierbar.

Die wichtigsten Ergebnisse zur globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit werden im Folgenden aufgeführt. Das größte Korn, das gerade keinen Porenpfad innerhalb der Porenstruktur mehr findet, um global ausgetragen zu werden, entspricht dem 75%-Quantil der Porenengstellenverteilung. Eine wesentliche Aussage ist auch, dass mobile Partikel kleiner dem 40%-Quantil der Porenengstellenverteilung mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% im Porenraum umgelagert werden können. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein mobilisiertes Partikel kleiner dem 40%-Quantil kolmatiert, beträgt  $< 2\%$ . Die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit geht anschließend bis zur Perkolationsschwelle sehr schnell zurück. Das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit einer Kolmation für Partikel größer dem 40%-Quantil der Porenengstellenverteilung sehr schnell zunimmt. Die tatsächliche Kolmationswahrscheinlichkeit liegt höher, da zusätzliche Rückhaltphänomene, wie z. B. Brückenbildung oder Partikel-Partikel Interaktionen, in dem gewählten Modellansatz nicht berücksichtigt wurden. Die getroffenen Aussagen liegen daher auf der sicheren Seite.

Durch die Untersuchung lokaler Strukturveränderungen suffosiver Böden können mit den durch die Perkolationstheorie hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten zwei unterschiedliche Fragestellungen beurteilt werden. Zum einen die Frage, welche lokalen Strukturveränderungen von Partikel größer dem kritischen Partikeldurchmesser innerhalb des betrachteten Erdstoffgefüges möglich sind. Damit ist quantifizierbar, ob es zu größeren lokal begrenzten Partikelumlagerungen kommt, die eventuell zu Setzungen bzw. ungünstigeren Strömungsbedingungen führen. Zum anderen ist durch die Betrachtung der lokal begrenzten Strukturveränderungen in Kontaktzonen quantifizierbar, ob die Mobilität von Partikel, kleiner dem kritischen Partikeldurchmesser, durch einen angrenzenden Homogenbereich gestoppt werden kann.

Die Untersuchungen der lokalen Strukturveränderungen zeigen, dass die Möglichkeit lokaler Strukturveränderungen oberhalb der Perkolationsschwelle sehr schnell abnimmt. Da unterhalb der Perkolationsschwelle (75%-Quantil der Porenengstellenverteilung) die globalen Strukturveränderungen maßgebend sind, kann der für den Materialtransport relevante Bereich für lokale Strukturveränderungen auf  $0,75 < p < 0,80$  begrenzt werden. Im Falle der Strukturveränderungen in Kontaktzonen ist eine ähnliche Aussage möglich. Auch hier nimmt die Mobilität oberhalb der Perkolationsschwelle sehr schnell ab. Sind also die mobilisierten Partikel  $\geq$  dem 85%-Quantil der Porenengstellenverteilung des angrenzenden Homogenbereiches, ist die Penetrationstiefe in den angrenzenden Homogenbereich sehr gering (mittlere Clustergröße = 15 Poren). Das heißt, dass Partikel größer dem 85%-Quantil der Porenengstellenverteilung des angrenzenden Homogenbereiches sehr schnell eine Filterschicht in der Kontaktzone aufbauen und ein weiterer Materialtransport gestoppt wird. In diesem Fall ist die Suffosion auf den betrachteten Homogenbereich beschränkt.

---

## Kapitel 7

# Einflussgrößen und Parameterstreuung

### 7.1 Einflussgrößen

Die Formulierung einer Grenzbedingung zur Suffosionsstabilität erfordert eine genaue Untersuchung der Parameterstreuung unterschiedlicher Eingangsgrößen zur Modellierung und Simulation von Materialtransport bzw. -rückhaltephänomenen und deren Einfluss auf die Ausgabegrößen. Für die Betrachtung der geometrischen Suffosionsbeständigkeit sind die in Tabelle 7.1 aufgeführten Einflüsse maßgebend.

Die Betrachtung der geometrischen Suffosionsbeständigkeit reduziert sich bei dem hergeleiteten Ansatz mit der Perkolationstheorie auf die Porenengstellenverteilung als Eingabeparameter. Die Einflussgrößen der Gefügestruktur spiegeln sich in der Porenengstellenverteilung wider. Eine direkte Bestimmung der Porenengstellenverteilung ist auf mathematischem Wege nicht möglich, sondern muss über indirekte Parameter bestimmt werden. Diese Parameter sind in allen bekannten Ansätzen und in der hier verwendeten Gefügemodellierung mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig solche, die das Gefüge betreffen. Derzeit kann lediglich der Porenanteil und die Korngrößenverteilung als Eingabeparameter zur Gefügegenerierung mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 herangezogen werden. Die Sphärizität, die Rauigkeit der Kornoberfläche und Heterogenitäten wie z. B. Entmischung, Feinschichtungen oder Linsen des Bodens können nicht berücksichtigt werden. Der in Kapitel 5 vorgestellte Ansatz mit der Perkolationstheorie zur Beschreibung von Materialtransportphänomenen bedingt ebenfalls Modellannahmen, die in Kapitel 6.2 aufgeführt wurden. Dies betrifft im Wesentlichen

Tabelle 7.1: Einflussgrößen für geometrische Suffosionsbeständigkeit

Klasse	Einflußgröße
Gefüge	Korngrößenverteilung
	Aggregatgrößen
	Sphärizität des Einzelkorns
	Orientierung der Einzelkörner
	Lagerungsdichte
	Korndichte
	Rauhigkeit der Kornoberfläche
	Wirksame Spannung auf Korngefüge
	Trennung zwischen mobilen und immobilen Kornfraktionen
	Homogenität des Erdstoffgefüges
Porenstruktur	Porenengstellenverteilung
	Anzahl der Porenengstellen pro Einheitsvolumen
	Länge der Porenpfade
	Tortuosität
	Porenstruktur der strukturbildenden Kornfraktionen
	Porenanteil

die Modellierung der Porenstruktur mit dem Perkulationsmodell. Unter diesen Randbedingungen für die Modellierung der Materialtransport- und Rückhaltephänomene werden die relevanten Eingangsparameter zur Modellbildung mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 und deren Streubreite genauer analysiert.

## 7.2 Variation von Bodenparametern

### 7.2.1 Lagerungsdichte

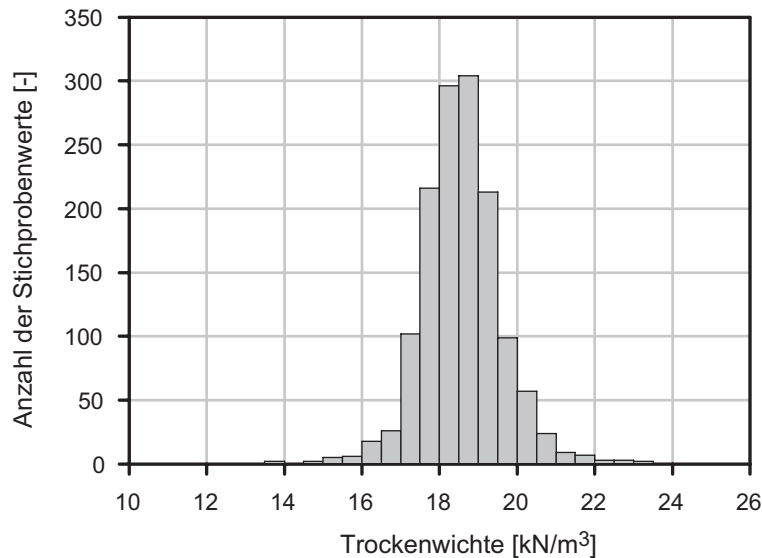
Die mathematische Bestimmung der Porenengstellenverteilung mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig basiert auf der Annahme, dass Partikel kugelförmig sind. Es verbleiben als Eingabeparameter zur Generierung der Gefügestruktur die Lagerungsdichte und die Korngrößenverteilung als indirekte Parameter zur Modellbildung. Diese indirekten Parameter werden im Folgenden genauer analysiert, um die Unsicherheiten bei der Modellbildung abschätzen zu können.

Die Streuungen und Verteilungen zur Trockendichte als Index zur Beschreibung der Lagerungsdichte wurden in der Literatur hinlänglich beschrieben. Eine gute Zusammenfassung hierzu ist in [70] enthalten. Es ist festzustellen, dass die Trockendichte um den Mittelwert nur gering streut. So werden Variationskoeffizienten von  $C_V = 0,01$  bis  $0,08$  angegeben [70]. Hier müssen natürliche Böden und geschüttete Böden unterschieden werden.

Exemplarisch wird die Parameterstreuung und Verteilung der Trockendichte an einem Dammschüttmaterial näher betrachtet. Während eines baubegleitenden bodenmechanischen Messprogramms wurden insgesamt 1398 Feldversuche zur Bestimmung der Trockenwichte der Dammschüttung durchgeführt (Abbildung 7.1). Das Dammbaumaterial entspricht einem weitgestuften, schwach schluffigen, stark kiesigen Sand. Der Variationskoeffizient  $C_V = 0,058$  liegt im Bereich der Werte, die in der Literatur angegeben werden (siehe [70]). Ein Test auf Normalverteilung mit dem PP und QQ-Diagramm des Programms SPSS 15 zeigt, dass die Verteilung der Stichproben durch die Annahme einer Normalverteilung ausreichend genau approximiert werden kann. Dies entspricht der Aussage nach Lumb [53]. Untersuchungen von Alber und Reitmeyer [4] zur Autokorrelationslänge der Trockendichten zeigen schon nach wenigen Metern (Probenabstand ca. 1 m) einen stark abfallenden Verlauf der Autokorrelationsfunktion (nach [70]). Bei der Übertragung der Ergebnisse auf den Porenanteil ist zusätzlich die Korndichte zu betrachten. Eigene Laborerfahrungen und die Bemessungspraxis zeigen, dass die Streubreite der Korndichte in einem Untersuchungsgebiet als sehr gering einzuschätzen ist und im Folgenden vernachlässigt werden kann. Unter Annahme einer konstanten Korndichte kann der maßgebende Porenanteil anschließend mit Gleichung 7.1 bestimmt werden.

$$n = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} \quad (7.1)$$

Bei einem geringen Variationskoeffizienten von  $C_V \leq 0,1$  kann davon ausgegangen werden, dass sich weder die Trockendichte noch die Korndichte über die Zeit wesentlich ändern. Die Annahme des Mittelwertes der Trockendichte und der Korndichte ist ausreichend, um den maßgebenden Porenanteil nach Gleichung 7.1 zu bestimmen. Dieses Vorgehen ist konform mit DIN 1055-100:2001-03.



Minimum	$kN/m^3$	11,60	Standardabweichung	$kN/m^3$	1,083
Mittelwert	$kN/m^3$	18,56	Variationskoeffizient	-	0,058
Median	$kN/m^3$	18,54	5%-Quantil	$kN/m^3$	17,05
Maximum	$kN/m^3$	24,04	95%-Quantil	$kN/m^3$	20,29
Spannweite	$kN/m^3$	12,44			

Abbildung 7.1: Histogramm der Trockenwichte eines weitgestuften Dammschüttmaterials [79]

### 7.2.2 Korngrößenverteilung

Die Korngrößenverteilung ist als Eingabeparameter zur Generierung von Gefügestrukturen und daraus extrahierten charakteristischen Werten der Porenstruktur ein baupraktischer Ansatz. Der Vorteil der Korngrößenverteilung ist darin begründet, dass sie im Labormaßstab sehr einfach und kostengünstig durch Siebung ermittelt werden kann. Durch Annahme der Kugelform für die Einzelpartikel kann die so ermittelte Massenkorngrößenverteilung einfach in eine Anzahl- oder Oberflächenverteilung umgerechnet werden (siehe Kapitel 2.3).

Natürliche Böden und technische Schüttungen weisen eine Streucharakteristik der Korngrößenverteilung auf. In der Baupraxis wird dies durch die Darstellung von Körnungsbändern angegeben. Diese Körnungsbänder beinhalten im Regelfall lediglich die oberen und unteren Ränder einer Kornverteilungsschar. Die im Labor analysierten Proben sind im Allgemeinen gestört. Sie sind eine homogenisierte Teilmenge eines realen Erdstoffes. Inwiefern eine repräsentative Probennahme durchgeführt wurde kann im Nachhinein nicht mehr nachvollzogen werden. Genauere Angaben zur Streucharakteristik wie Verteilung der Massenprozent entlang der Kornfraktionsgrenzen, Standardabweichungen, Variationskoeffizienten oder die Probengrößen und -anzahl werden nicht angegeben.

Die Variation und die Heterogenität der Korngrößenverteilung beeinflussen maßgeblich den Verlauf der Porenengstellenverteilung, die für die Suffusionsbeständigkeit maßgebend ist, wie auch den Anteil der mobilen Feinkornfraktionen innerhalb des Kornhaufwerks. Im Bereich eines angegebenen Körnungsbandes sind theoretisch alle Korngrößenverläufe möglich. Die Bemessungspraxis, die untere Grenze eines Körnungsbandes oder eine parallele Verschiebung der Korngrößenverteilung um eine mittlere als ungünstigste vorauszusetzen, ist nur für den absoluten Sonderfall gültig, dass alle Korngrößenverteilungen innerhalb des Körnungsbandes parallel verschoben verlaufen. Für eine Risikoabschätzung ist eine Betrachtung unter Berücksichtigung aller Vorinformationen eines Untersuchungsgebietes notwendig. Dies schließt experimentelle Untersuchungen, Informationen über Schad- und Schwachstellen im Untersuchungsgebiet und eine geostatistische Auswertung ein. In der Literatur sind nur wenige Ansätze zur Beschreibung der Streucharakteristik zu finden und meist allgemein gehalten. Umfangreiche Studien zur Statistik der Korngrößenverteilungen wurden z. B. von Schuler [70] durchgeführt. Er schlägt ein Verfahren zur Ermittlung einer Bemessungskorngrößenverteilung vor. Diese ergibt sich aus der mittleren Korngrößenverteilung und berücksichtigt eine Über- bzw. Unterschreitungswahrscheinlichkeit an Stützstellen entlang der betrachteten Korngrößenverteilung. Diese Stützstellen werden am besten an den Fraktionsgrenzen (verwendete Siebe) gewählt. Auf eine genaue Herleitung der relevanten Prozesse wird an dieser Stelle verzichtet. Die Vorgehensweise kann in der Disseration von Schuler [70] nachgelesen werden. Der Ansatz beruht auf einer reinen Parallelverschiebung der Korngrößenverteilung in die für die Beurteilung ungünstigere Richtung. Autokorrelationslängen bzw. die Streucharakteristik relevanter Parameter zur Erosionsstabilität wie z. B.  $d_{15}$ ,  $d_{50}$  oder  $d_{85}$  werden nicht genauer untersucht.

### 7.2.3 Untersuchungen zur Variation der Korngrößenverteilung

Ergänzend zu den Erkenntnissen von Schuler werden in dieser Arbeit Siebanalysen vom Oberrhein genauer untersucht. Die Siebanalysen wurden an Teilproben von Bohrkernen erstellt, die an zwei unterschiedlichen Standorten am Oberrhein von der Bundesanstalt für Wasserbau im Rahmen einer Dammnachsorgeuntersuchung an Rheinseitendämmen entnommen wurden. Die Bohrkern wurden mit einer Schappe mit Durchmesser 220 mm in einem Abstand von 250 bis 1000 m gewonnen. Die Bohrtiefen lagen zwischen 4 und 17 m. Die Korngrößenverteilungen wurden durch die Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) nach DIN 18123 /6/ [17] ermittelt und als Datenbankauszug dem Verfasser zur Verfügung gestellt. In der Auswertung wird zwischen technischer Schüttung und Untergrund unterschieden (Abbildungen 7.2 und 7.3). Hierbei ist anzumerken, dass die technische Schüttung aus dem Untergrundmaterial hergestellt wurde. Es ist daher eine ähnliche Streucharakteristik zu erwarten.

Die Bohrprofile der Erkundung des Untergrundmaterials weist bis in sehr große Tiefen Kies-schichten mit wechselnden Sandanteilen auf. Die meisten Proben liegen im Bereich des Körnungsbandes 1, was einem schwach sandigen bis sandigen Kies entspricht. Wesentlich weniger Bodenproben wurden im Bereich des Körnungsbandes 2, was einem Sand bis kiesigen Sand entspricht, aufgeschlossen. Die in Körnungsband 2 befindlichen Proben stammen aus Sandlin-sen. Die genaue Lage und Mächtigkeiten der Linsen kann nicht allgemein angegeben werden. Durch die holozäne Morphodynamik des Oberrheins hat sich eine Wechsellagerung aus Sanden und Kiesen gebildet, die in ihren Korngrößenverteilungen unterschiedliche Mischungsverhält-nisse aufweisen (Abbildung 7.2). Durch den früheren Verlauf der Talsohle des Rheins entstan-den stellenweise Bänke aus sandfreiem Mittel- bis Grobkies mit sehr hoher Durchlässigkeit. Stellenweise wurden Steine erkundet, die mit hoher Wahrscheinlichkeit glazigenen Ursprungs sind [8]. Die aus Bohrkernen ermittelten Korngrößenverteilungen zeigen generell eine Ausfall-körnung im Bereich der Grobsande und Feinkiese ( $d = 0,6$  bis  $4$  mm). Mit den Bohrprofilen der technischen Schüttung wurden fein- bis mittelsandige Kiese erkundet, die ebenfalls Aus-fallkörnungen im Bereich von  $d = 0,6$  bis  $4$  mm aufweisen (Abbildung 7.3).

Als Kriterium für die Auswertung wurde eine Mindestanzahl an Siebanalysen pro Bohrung und Bodenart (Untergrund bzw. technische Schüttung) von 20 angesetzt. Die Variation der Korngrößenverteilungen entlang der einzelnen Bohrungen, also vertikal, werden analysiert. Die horizontale Variation (schichtparallel) wird nicht untersucht, da die Abstände zwischen den einzelnen Bohrungen innerhalb der zwei Standorte zu groß sind, um eine Aussage treffen zu können.



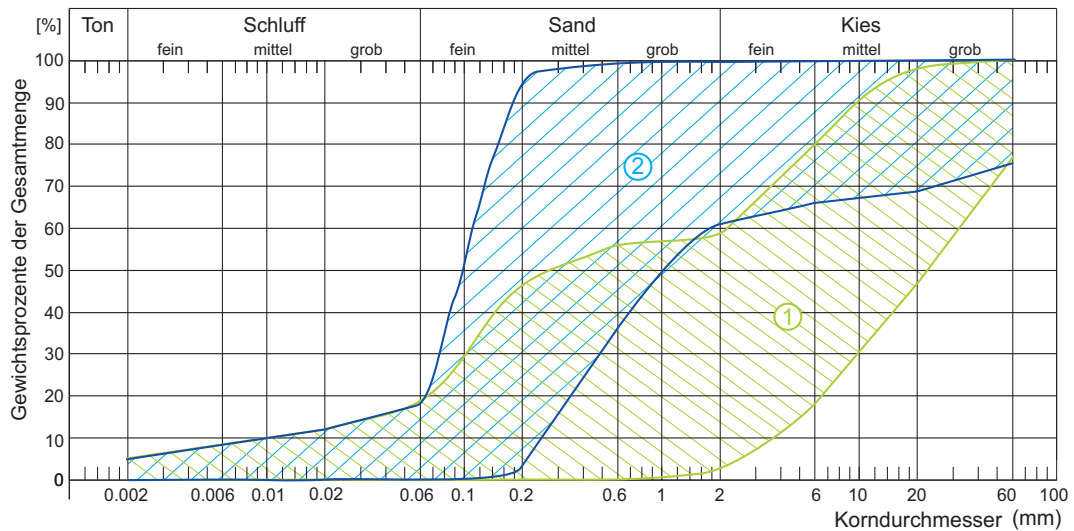


Abbildung 7.2: Körnungsbänder des Untergrundes aus [8]. Körnungsband 1: schwach sandige bis sandige Kiese und Körnungsband 2: Sand bis kiesiger Sand

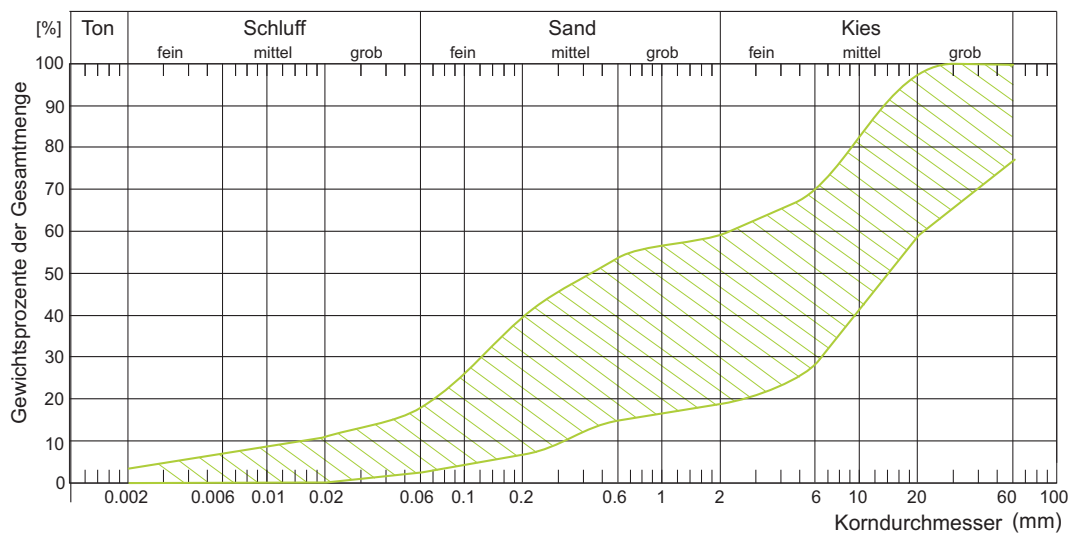


Abbildung 7.3: Körnungsbänder der technischen Schüttung aus [8]

Filter und Erosionskriterien einschließlich dem hier neu hergeleiteten Ansatz betrachten als Grenzkriterium repräsentative Korndruchmesser wie z. B. das 50%-Quantil (Perzentil 50) der Korngrößenverteilung  $d_{50}$ . Die folgende Auswertung beschränkt sich auf die Streuung der Korngrößen an unterschiedlichen Perzentilen.

### Variationskoeffizient an Perzentilen der Korngrößenverteilung

Da nur zwei Untersuchungsgebiete betrachtet werden, können keine allgemein gültigen Aussagen getroffen werden. Die Literaturo Auswertung und die eigenen Ergebnisse erlauben eine Aussage in Hinblick auf den Verlauf des Variationskoeffizienten in Abhängigkeit der betrachteten Perzentile der Korngrößenverteilung. Bei allen ausgewerteten Bohrprofilen ist festzustellen, dass der Variationskoeffizient  $C_V$  mit Zunahme der Korngröße ( $d_{10} \cdots d_{85}$ ) tendenziell abnimmt. Der Variationskoeffizient kann als Maß für die Homogenität des Erdstoffes herangezogen werden. Je geringer der Variationskoeffizient, desto homogener ist der Erdstoff.

Aus den Tabellen 7.2 und 7.3 ist ersichtlich, dass die Variationskoeffizienten der Perzentile von Bohrprofil zu Bohrprofil stark streuen. Abgesehen von den Ergebnissen zur technischen Schüttung am Standort 2 variieren die Werte für den Variationskoeffizienten pro Perzentil, unabhängig ob technische Schüttung oder Untergrund, nahezu im gleichen Größenbereich. Dies war zu erwarten, da das Untergrundmaterial zur Erstellung der technischen Schüttung verwendet wurde. Da für den Standort 2, unter der Randbedingung, dass mindestens 20 Proben pro Bohrung vorliegen müssen, nur 4 Bohrungen ausgewertet werden konnten, ist festzustellen, dass eine ausreichende Datenbasis zur statistischen Beschreibung der Variationsbreite nicht vorhanden ist. Um eine sinnvolle statistische Datengrundlage zu haben, hätten mindestens 11 Bohrungen ausgewertet werden müssen.

### Autokorrelation

Die charakteristischen Eigenschaften eines Erdstoffes sind nicht absolut zufallsverteilt, sondern durch die Genese beeinflusst. Das heißt, die Eigenschaften des Bodens sind in kürzeren Distanzen ähnlicher als in weit entfernten Distanzen. Werden die Korrelationskoeffizienten für charakteristische Werte der Korngrößenverteilung wie z. B.  $d_{10}$  in unterschiedlichen Tiefenhorizonten bei benachbarten Probennahmen gebildet, so sind diese größer als bei Korrelationskoeffizienten, die in der gleichen Tiefe unter stetem Überspringen dazwischenliegender Probennahmepunkte ( $l = 2 \cdot \Delta z$ ;  $l = 3 \cdot \Delta z \cdots l = n \cdot \Delta z$ ) gebildet werden (Abbildung 7.4). Die Korrelationskoeffizienten können mit Gleichung 7.2 ermittelt werden [90].

Tabelle 7.2: Variationskoeffizienten  $C_V$  für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenverteilung (technische Schüttung)

<b>Standort 1</b>						
Korndurchmesser [mm]	$d_{10}$	$d_{15}$	$d_{30}$	$d_{50}$	$d_{60}$	$d_{85}$
Minimum $C_V$ [-]	0,6696	0,7001	0,5059	0,3876	0,3791	0,3327
Mittelwert $C_V$ [-]	1,6839	1,6885	1,4475	1,1170	0,9533	0,6092
Maximum $C_V$ [-]	3,0334	2,6392	2,7340	1,9340	1,5281	1,1934
Anzahl Bohrungen [-]	30					
<b>Standort 2</b>						
Korndurchmesser [mm]	$d_{10}$	$d_{15}$	$d_{30}$	$d_{50}$	$d_{60}$	$d_{85}$
Minimum $C_V$ [-]	0,2704	0,2202	0,2156	0,1174	0,1166	0,1368
Mittelwert $C_V$ [-]	0,3373	0,2937	0,3490	0,1507	0,1256	0,1870
Maximum $C_V$ [-]	0,4272	0,4078	0,4254	0,1867	0,1413	0,2219
Anzahl Bohrungen [-]	4					

Tabelle 7.3: Variationskoeffizienten  $C_V$  für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenverteilung (Untergrund)

<b>Standort 1</b>						
Korndurchmesser [mm]	$d_{10}$	$d_{15}$	$d_{30}$	$d_{50}$	$d_{60}$	$d_{85}$
Minimum $C_V$ [-]	0,1759	0,1596	0,5185	0,3526	0,3382	0,2944
Mittelwert $C_V$ [-]	0,9710	1,040	0,9983	0,8244	0,7801	0,6120
Maximum $C_V$ [-]	1,9487	2,0461	1,5314	1,3157	1,2827	1,0035
Anzahl Bohrungen [-]	11					
<b>Standort 2</b>						
Korndurchmesser [mm]	$d_{10}$	$d_{15}$	$d_{30}$	$d_{50}$	$d_{60}$	$d_{85}$
Minimum $C_V$ [-]	0,1447	0,2330	0,4159	0,2406	0,1814	0,1370
Mittelwert $C_V$ [-]	0,8629	0,9534	0,9855	0,7582	0,7006	0,5624
Maximum $C_V$ [-]	2,0369	2,1153	1,6236	1,6034	1,4873	1,1970
Anzahl Bohrungen [-]	29					

$$\rho_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} (x_i - \bar{x}) \cdot (x_{i+j} - \bar{x})}{(n-j) \sigma_x^2} \quad (7.2)$$

$x$	Kenngroße
$\bar{x}$	Mittelwert der Kenngroße
$\sigma_x$	Standardabweichung
$j$	Abstand (vielfaches von $\Delta z$ )
$n$	Anzahl der Kenngroßen

Es handelt sich bei den hier analysierten Werten der Korngrößenverteilung um Korngrößen bei gleichem Perzentilwert und somit um gleiche Kenngroßen. In diesem Fall wird von „Autokorrelation“ gesprochen. Werden die Koeffizienten in Abhängigkeit vom äquidistanten Abstand zwischen zwei Probennahmepunkten aufgetragen, ergeben sich die Werte  $(\rho_j, \Delta z)$ , die sich durch eine Autokorrelationsfunktion beschreiben lassen. Abbildung 7.4 zeigt zwei Beispiele aus den in dieser Arbeit ausgewerteten Daten mit den Autokorrelationsfunktionen 7.3 und 7.4. Es zeigte sich, dass die Korrelationskoeffizienten der analysierten Messwerte ( $d_y$ ) mit diesen Funktionen sehr gut beschrieben werden können.

$$\rho(\Delta z) = \exp\left(\frac{-\Delta z}{a}\right) \quad (7.3)$$

$$\rho(\Delta z) = \exp\left[\left(\frac{-\Delta z}{a}\right)^2\right] \quad (7.4)$$

Die Autokorrelationsfunktionen setzten sich aus dem Abstand zwischen zwei Probennahmen  $\Delta z$  und der Autokorrelationslänge  $a$  zusammen.  $a$  ist der Abstand, für den der Autokorrelationskoeffizient den Wert  $\rho(\Delta z) = 0,368$  annimmt (Abbildung 7.4). Tabelle 7.4 enthält eine Zusammenstellung der in der Literatur angegebenen Autokorrelationslängen, wie sie sich für unterschiedliche Bodenparameter ergeben haben. Dabei ist festzustellen, dass die Autokorrelationslängen vertikal kleiner sind als horizontal.

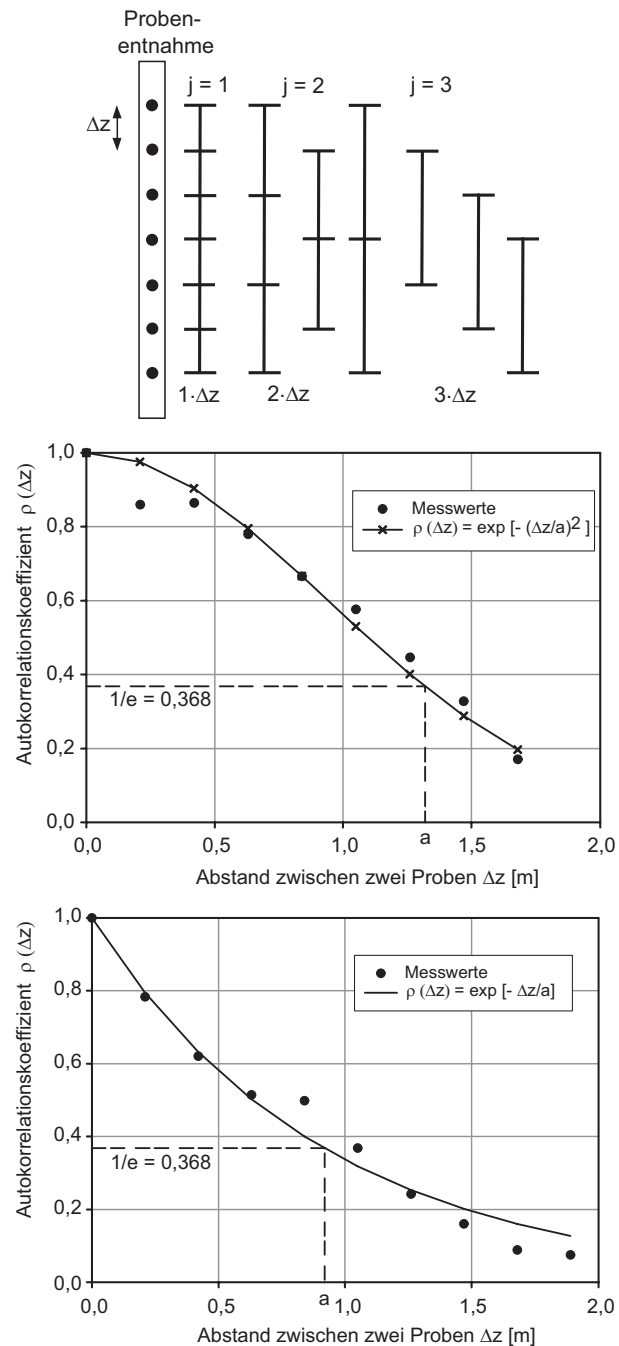


Abbildung 7.4: Eindimensionale äquidistante Probenentnahme und Ermittlung der vertikalen Autokorrelationslänge  $a$  des Parameters  $d_{85}$ . Oben Untergrund Standort 2 Bohrung BK 052 und unten technische Schüttung Standort 1 Bohrung BK 025

Tabelle 7.4: Autokorrelationslänge  $a$  nach Literaturstudie für unterschiedliche Bodenparameter [29, 98]

Forscher	Autokorrelationslängen	
	Horizontal [m]	Vertikal [m]
Alber [4]	0,5 - 3,0	0,2 - 1,7
Bachmann/Rackwitz/Schuëller [6]	eine Größenordnung größer als vertikal	1,0
Cherubini [13]	bis 60	(0,4-5,0)
Englert et al. [20]	$\leq 6,70$	0,4 - 1,5
Griffith & Fenton [25]		0,5 - 5,0
Gudehus [27]		0,2 - 2,0
Peintinger & Rackwitz [61]	5,0 - 15	1-3
Schulze & Pottharst [71]	1,667 - 5,0	
von Soos [90]	1,2 - 2,5	0,35 - 1,10
Wolff [98]		1,22

Im Folgenden werden für die oben bereits eingeführten zwei Standorte die Autokorrelationslängen für bestimmte Perzentile der Korngrößenverteilung für jede Bohrung untersucht und deren Streubreite für jedes Untersuchungsgebiet gesondert betrachtet. Dabei wird zwischen technischer Schüttung und Untergrund unterschieden. Eine Zusammenstellung der Ergebnisse ist in den Tabellen 7.5 und 7.6 enthalten. Die Abstände zwischen den Probennahmepunkten variieren von Bohrung zu Bohrung und haben im Mittel einen Abstand von  $\Delta z = 0,24 \text{ m}$ .

Aus den Tabellen 7.5 und 7.6 ist zu erkennen, dass die Autokorrelationslänge von Bohrprofil zu Bohrprofil stark variieren und abgesehen von den Ergebnissen zur technischen Schüttung am Standort 2 pro Perzentil im gleichen Wertebereich liegen. Auch hierbei ist festzustellen, dass 4 Bohrungen zu wenig sind, um die Streubreite realistisch abbilden zu können. Mindestens 10 Bohrungen, besser mehr als 25 Bohrungen sind notwendig, um die Streucharakteristik richtig erfassen zu können. Die vertikalen Autokorrelationslängen ergeben sich von unkorreliert  $a = 0 \text{ m}$  bis Maximal  $a = 1,83 \text{ m}$ . Dies liegt im Wertebereich der in der Literatur angegebenen Autokorrelationslängen für unterschiedliche Bodenparameter, die in Tabelle 7.4 angegeben wurden.

Tabelle 7.5: Autokorrelationslängen  $a$  für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenverteilung (technische Schüttung)

<b>Standort 1</b>				
Korndurchmesser [mm]	$a$ Minimum [m]	$a$ Maximum [m]	$a$ Mittelwert [m]	Anzahl der Werte [-]
$d_{10}$	0,09	1,42	0,52	23
$d_{15}$	0,12	1,40	0,43	24
$d_{30}$	0,09	1,06	0,52	28
$d_{50}$	0,24	1,83	0,61	27
$d_{60}$	0,14	1,83	0,59	29
$d_{85}$	0,20	1,13	0,57	23
<b>Standort 2</b>				
Korndurchmesser [mm]	$a$ Minimum [m]	$a$ Maximum [m]	$a$ Mittelwert [m]	Anzahl der Werte [-]
$d_{10}$	0,08	0,39	0,27	4
$d_{15}$	0,15	0,36	0,26	3
$d_{30}$	0,11	0,41	0,22	3
$d_{50}$	0,05	0,24	0,15	3
$d_{60}$	0,14	0,53	0,31	4
$d_{85}$	0,10	0,39	0,28	3

Tabelle 7.6: Autokorrelationslänge  $a$  der Korngrößenverteilungen für unterschiedliche Perzentile der Korngrößenverteilung (Untergrund)

<b>Standort 1</b>				
Korndurchmesser [mm]	$a$ Minimum [m]	$a$ Maximum [m]	$a$ Mittelwert [m]	Anzahl der Werte [-]
$d_{10}$	0,09	1,06	0,38	9
$d_{15}$	0,13	1,30	0,59	10
$d_{30}$	0,14	0,61	0,44	10
$d_{50}$	0,08	0,85	0,46	10
$d_{60}$	0,09	0,86	0,51	10
$d_{85}$	0,16	0,82	0,41	10
<b>Standort 2</b>				
Korndurchmesser [mm]	$a$ Minimum [m]	$a$ Maximum [m]	$a$ Mittelwert [m]	Anzahl der Werte [-]
$d_{10}$	0,18	1,38	0,80	27
$d_{15}$	0,03	1,43	0,66	27
$d_{30}$	0,08	1,38	0,63	25
$d_{50}$	0,09	1,38	0,70	28
$d_{60}$	0,14	1,40	0,70	29
$d_{85}$	0,10	1,38	0,58	27

### 7.3 Schlussfolgerung zur Variation der Bodenparameter

Die hergeleiteten Zusammenhänge zur Suffosionsstabilität sind lediglich für homogene, isotrope und selbstähnliche Porenstrukturen gültig. Die Quantifizierung von Homogenbereichen ist notwendig, um die Suffosionsbeständigkeit beurteilen zu können. Die Größe und Porenstruktur der Homogenbereiche hat Einfluss auf die potenziell möglichen Strukturveränderungen innerhalb eines betrachteten Homogenbereiches und auf die Wahrscheinlichkeit, ob mobilisierte Partikel in einem angrenzenden Homogenbereich kolmatieren können oder nicht. Die Festlegung der Homogenbereiche kann mit der Auswertung von Autokorrelationslängen und Variationskoeffizienten quantifiziert werden. Es ist dabei zwischen technischen Schüttungen, Untergrund und Labormaterial zu unterscheiden. Während unter Laborbedingungen quasi homogene Erdstoffe vorliegen, nimmt im Regelfall der Homogenitätsgrad über die technischen Schüttungen zum Untergrundmaterial ab. Der maßgebende Kennwert bei der Beurteilung von Materialtransportproblemen ist die Porenengstellenverteilung des tragenden Kornskeletts. Diese wird durch die Korngrößenverteilung und den Porenanteil bestimmt. Die Festlegung von Homogenbereichen orientiert sich daher an den Eingangsgrößen zur Bestimmung der Porenengstellenverteilung.

Die durchgeführten Untersuchungen und die Literaturrecherche zeigen, dass die Zusammenhänge zwischen Variabilität der Bodenparameter (Korngrößenverteilung und Porenanteil) und deren Einfluss auf die Suffosionsbeständigkeit sehr viel komplexer ist als angenommen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind diese komplexen Zusammenhänge nicht lösbar, da die zur Verfügung stehenden Datenmengen für eine systematische Untersuchung nicht ausreichen und zeitlich eine weitere Forschung auf diesem Gebiet nicht mehr realisierbar war. Dennoch konnten einige Zusammenhänge herausgearbeitet werden.

Die Beschreibung der Variation von Bodenparametern, welche die Ausgangsporenstruktur eines Erdstoffes charakterisieren, ist eine spezielle Herausforderung. Es konnte gezeigt werden, dass im Gegensatz zur Variation der Korngrößenverteilung die Lagerungsdichte relativ einfach stochastisch beurteilt werden kann. Die Lagerungsdichte streut innerhalb eines Untersuchungsgebietes nur sehr schwach und hat kleine Autokorrelationslängen. Die Variation der Lagerungsdichte um den Mittelwert kann vernachlässigt werden. Mit dem Mittelwert der Trockendichte und der Korndichte ist eine ausreichend genaue Bestimmung des Porenanteils möglich.

Theoretisch wird davon ausgegangen, dass die potenziell mobilen Partikel sich innerhalb der Porenstruktur der strukturbildenden Kornfraktionen befinden. In diesem Fall nehmen mit der Lagerungsdichte die Kornkontakte der strukturbildenden Kornfraktionen zu, unbeeinflusst von der Lagerungsdichte der potenziell mobilen Partikel. Die Anzahl der großen Porenengstellen nimmt im Vergleich zu den kleineren Porenengstellen mehr ab. Die Porenengstellenverteilung



wird dadurch steiler. Anders stellt sich die Situation dar, wenn der Anteil der potenziell mobilen Partikel im Gesamtaufwerk relativ groß ist, d. h.  $> 20$  bis  $30$  Gew%. In diesem Fall werden mit Zunahme der Lagerungsdichte vormalig mobile Partikel strukturbildend. Der Anteil potenziell mobiler Partikel nimmt ab und der Anteil an strukturbildenden Kornfraktionen zu. Die Porenengstellenverteilung der strukturbildenden Kornfraktionen wird in diesem Fall durch eine Zunahme der kleineren Porenengstellen beeinflusst. Dies führt dazu, dass Erdstoffe mit relativ hohem Feinkornanteil sich in Abhängigkeit der Lagerungsdichte im Grenzbereich zwischen suffosiv und nicht-suffosiv befinden können.

Eine Beurteilung der Erosions- bzw. Suffosionsstabilität erfordert immer eine ausreichend große Anzahl an Siebanalysen an repräsentativen Probengrößen, wie es z. B. von Witt & Brauns [95] oder Schuler [70] vorgeschlagen wird. Dies konnte in dieser Arbeit bestätigt werden, und es wurde zudem festgestellt, dass auch eine ausreichende Anzahl an Bohrprofilen innerhalb eines Untersuchungsgebietes notwendig ist, um eine ausreichende statistische Datengrundlage zu schaffen. Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass in fluviatilen Sedimentböden mindestens 10 besser mehr als 25 Bohrungen und mindestens 20 Siebanalysen pro Bohrung mit äquidistanter Probennahme innerhalb eines Untersuchungsgebietes notwendig sind, um eine ausreichende statistische Datengrundlage zu schaffen.

Bei der Untersuchung der Variabilität der Korngrößenverteilung kann gezeigt werden, dass die Autokorrelationslängen und Variationskoeffizienten von charakteristischen Korndurchmessern der Korngrößenverteilung, wie z. B.  $d_{50}$ , bei natürlichen Sedimenten sehr stark streuen. Die räumliche Variabilität ist jedoch quantitativ schwer zu erfassen und zu beschreiben.

Wichtig für weitere Untersuchungen ist die Quantifizierung von Autokorrelationslängen der Gefügestruktur. Kleine Autokorrelationslängen von Größen, die die Porenstruktur beschreiben, sind gleichbedeutend mit gering mächtigen Homogenbereichen. Dies betrifft Autokorrelationslängen von charakteristischen Korngrößen wie z. B.  $d_{50}$ . Welche charakteristische Größen der Korngrößenverteilung näher zu untersuchen sind, hängt von der Grenzbedingung der Suffosionsstabilität ab. Sind die Autokorrelationslängen der maßgebenden Kenngrößen klein, dann liegt die Wahrscheinlichkeit deutlich höher, dass Suffosionserscheinungen makroskopisch lokal begrenzt bleiben, wenn gleichzeitig der Variationskoeffizient einen noch zu quantifizierenden Grenzwert überschreitet. Das heißt, dass in Bereichen, in denen die Porenstruktur bzw. Gefügestruktur einer großen Variabilität unterliegen, auch die Möglichkeit einer Kolmation mobilisierter Partikel größer ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass in geringen Abständen günstigere Bedingungen für eine Kolmation vorliegen, ist bei kleinen Autokorrelationslängen ungleich größer als bei Bereichen mit großen Autokorrelationslängen. Die Auswertung der Autokorrelationslängen für unterschiedliche Fraktile der Korngrößenverteilung zeigt, dass alles zwischen unkorreliert  $a = 0$  und  $a = 1$ , 82  $m$  möglich ist. Daraus folgt, dass die Suffosionsbeständigkeit in einer Region sehr stark von lokalen Bedingungen abhängig ist.

## 7.4 Validierung der 3D-Porenstrukturanalyse mit zufallsbedingten Kugelpackungen

Unabhängig voneinander haben Glantz [23], Reboul et al. [65] und Schuler [70] herausgefunden, dass die Wahrscheinlichkeit der Korn-zu-Korn-Kontakte unterschiedlicher Größen und damit die Bildung von Poren und Porenengstellen von der Oberflächenverteilung der Partikel und nicht von der Massen- oder Anzahlverteilung abhängig ist. Bei der Betrachtung der Anzahlwahrscheinlichkeit wird dem Umstand Rechnung getragen, dass die groben Kornfraktionen innerhalb des Erdstoffgefüges selten auftreten. Es wird aber vernachlässigt, dass durch die im Verhältnis zu den kleinen Partikeln große Oberfläche der Grobkornfraktionen die Wahrscheinlichkeit der Korn-zu-Korn-Kontakte mit diesen Grobkörnern erhöht, d. h. vergleichsweise groß ist. Diese Erfahrung wurde als Grundlage für die Berechnung der Porenengstellenverteilung mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig verwendet (Kapitel 3.3). Zur Validierung wurden die Ergebnisse der Simulationen mit denjenigen von Witt [94] verglichen, die durch Vermessung von Porenabdrücken erzielt wurden. Als Referenz wurde exemplarisch die von Witt verwendete Probe P 2.2 untersucht. Es handelt sich hierbei um einen enggestuften Kies mit einer rund-plattigen Kornform (Abbildung 7.5). Als Eingangsgrößen zur Modellbildung wurde die Oberflächenverteilung und der Kornvolumenanteil verwendet. Der Kornvolumenanteil  $n_K$  ergibt sich zu  $n_K = 1 - n = 0,651$ . Mit diesem Parametersatz wurde eine Monte-Carlo Simulation für eine 3D-Kugelpackung durchgeführt. Die Größe des Quaders, in dem die Kugeln angeordnet werden konnten, wurde zu  $5 \cdot d_{max} = 31,5$  cm und  $10 \cdot d_{max} = 63$  cm pro Raumrichtung (Systemgröße) gewählt. Das Ergebnis zeigt, dass die mittleren Porenengstellenverteilungen  $\langle PEV \rangle$  aus den Monte-Carlo Simulationen für  $5 \cdot d_{max}$  und  $10 \cdot d_{max}$  nahezu identische Ergebnisse liefern (Abbildung 7.5). Die Variation der Porenengstellenverteilung ist bei diesen Systemgrößen sehr gering. Die Standardabweichungen und Variationskoeffizienten für unterschiedliche Perzentile sind für beide Systemgrößen in Tabelle 7.7 wiedergegeben. Es kann daher für die weiteren Berechnungen davon ausgegangen werden, dass eine Systemgröße von  $5 \cdot d_{max}$  ausreichend ist und größere Systeme keinen wesentlichen Informationsgewinn bedingen, so dass sich die dadurch stark erhöhten Rechenzeiten rechtfertigen lassen. Die Rechenzeit nimmt mit der Anzahl der anzordnenden Kugeln in einer 3D-Kugelpackung exponentiell zu (Abbildung 7.6). Die in Abbildung 7.6 dargestellten Rechenzeiten beziehen sich auf einen Computer mit Intel Core 2 Quad Q8200@2,33 GHz und 8GB Arbeitsspeicher, wobei jedoch nur 25% RAM und maximal 50% CPU Auslastung gemessen wurden.

Die durch Simulation ermittelten Porenengstellenverteilungen stimmen gut mit der von Witt durch Porenabdrücke ermittelten überein (Abbildung 7.5). Die geringen Abweichungen lassen sich durch mehrere Faktoren erklären. Zum einen wurden zur Simulation Kugeln und keine realen Kornformen zur Generierung der Gefügestruktur verwendet. Des Weiteren ist die Messgenauigkeit bei der Auswertung der Porenabdrücke ein wesentlicher Faktor. Darüber hin-

## 7.4 Validierung der 3D-Porenstrukturanalyse mit zufallsbedingten Kugelpackungen 107

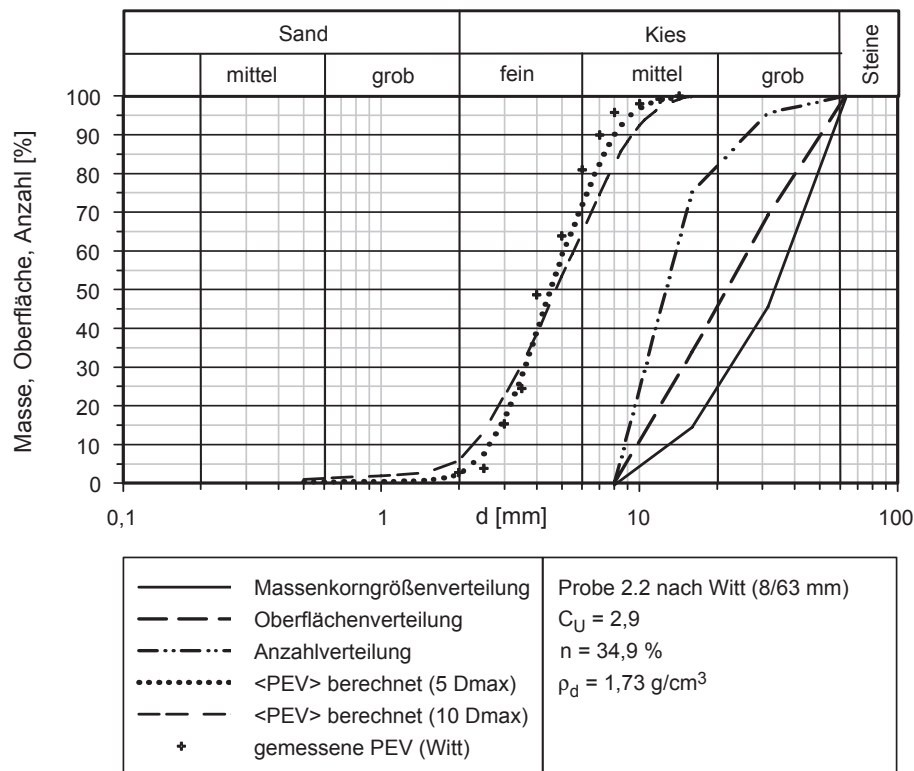


Abbildung 7.5: Berechnete und gemessene Porenengstellenverteilung (PEV) am Beispiel der Probe 2.2 nach Witt [94]

aus hatte Witt zur Auswertung 1158 Meßwerte analysiert, während das simulierte Modell im Mittel 17180 ( $5 \cdot d_{max}$ ) bzw. 77047 ( $10 \cdot d_{max}$ ) Porenengstellen als Datenbasis zur Verfügung stellte. Ein Einfluss hat auch die Wahl der Anzahl an Kornklassen, die zur Modellbildung herangezogen werden. So wird die Oberflächenverteilung mit Abnahme der Anzahl an Kornklassen unschärfer.

Der Einfluss von Randeffekten bei der Generierung der Gefügestruktur wurde bei einer Systemgröße mit einer Ausdehnung von  $5 \cdot d_{max}$  pro Raumrichtung getestet. Dazu wurden alle Porenengstellen, die an jedem Systemrand des 3D-Modells im Bereich von  $0,5 \cdot d_{max}$  liegen, in der Auswertung eliminiert. Es zeigte sich, dass die resultierenden Verteilungen denjenigen mit Berücksichtigung der Randporenengstellen entsprechen. Daraus kann geschlossen werden, dass durch die Generierung einer Gefügestruktur mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig, bei ausreichender Systemgröße, Randeffekte unbedeutend sind.

Tabelle 7.7: Berechnete Variation des Engstellendurchmessers  $d^{PEV}$  für unterschiedliche Perzentile (Probe P 2.2)

	$5 \cdot d_{max}$						
Perzentile [%]	5	10	25	50	75	95	99
Minimum [mm]	2,1	2,45	3,23	4,42	6,16	8,93	12,45
Mittelwert [mm]	2,32	2,65	3,39	4,52	6,30	9,40	13,82
Maximum [mm]	2,42	2,73	3,45	4,64	6,58	10,15	15,02
Standardabweichung [mm]	0,078	0,073	0,049	0,065	0,148	0,396	0,626
Variationskoeffizient [-]	0,034	0,028	0,014	0,014	0,023	0,042	0,045
	$10 \cdot d_{max}$						
Perzentile [%]	5	10	25	50	75	95	99
Minimum [mm]	1,85	2,26	3,06	4,29	6,01	8,82	11,40
Mittelwert [mm]	1,92	2,32	3,17	4,80	7,17	11,54	16,63
Maximum [mm]	2,09	2,45	3,28	5,01	7,50	12,36	18,30
Standardabweichung [mm]	0,032	0,025	0,051	0,085	0,129	0,268	0,565
Variationskoeffizient [-]	0,016	0,011	0,016	0,018	0,018	0,023	0,034

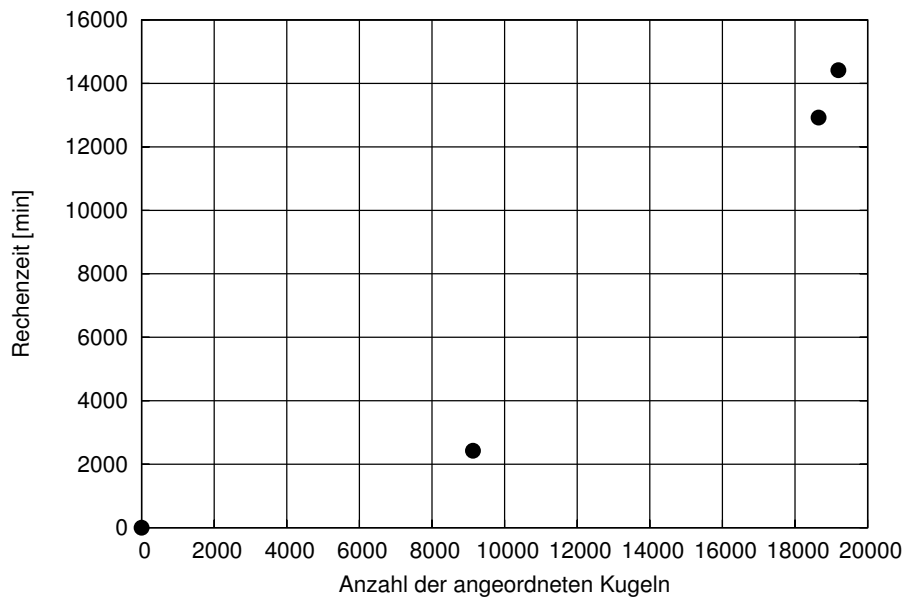


Abbildung 7.6: Rechenzeiten in Abhängigkeit der anzordneten Kugeln

Wird anstatt der Oberflächenverteilung die Anzahlverteilung zur Berechnung der Porenengstellenverteilung herangezogen, ist festzustellen, dass die resultierende Porenengstellenverteilung durch den höheren Anteil an Feinkornfraktionen auch eine größere Anzahl an kleineren Porenengstellen aufweist (Abbildung 7.7). Die Bewegungsmöglichkeit potenziell mobiler Partikel würde dadurch unterschätzt werden.

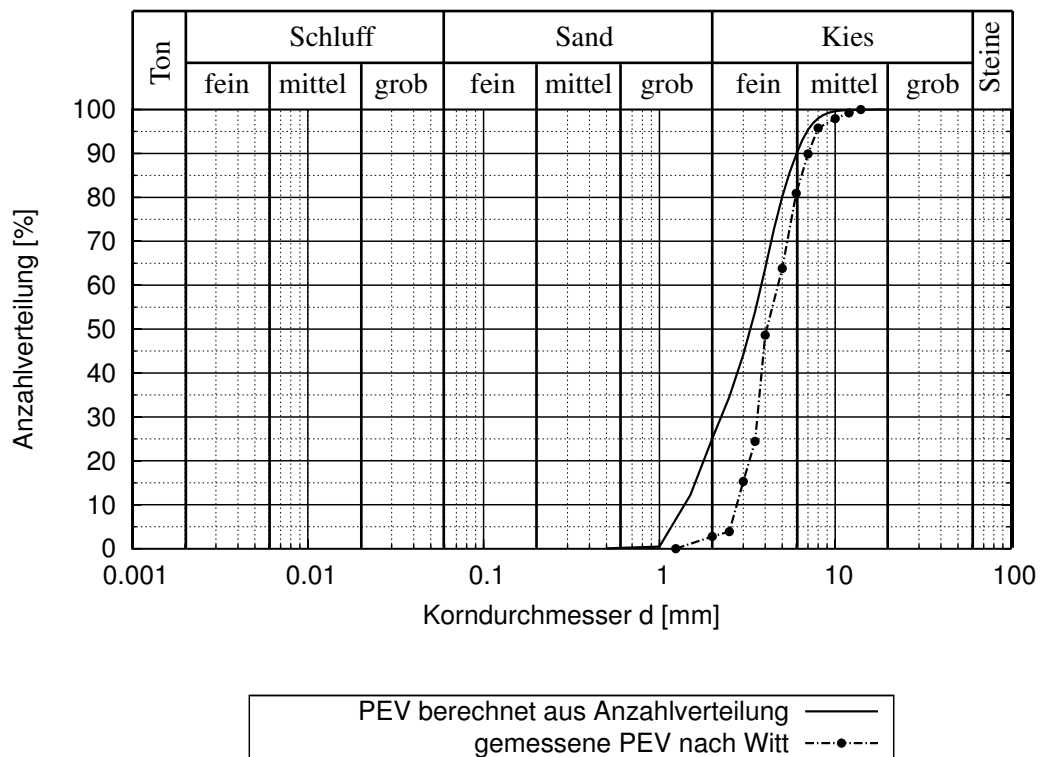


Abbildung 7.7: Gemessene Porenengstellenverteilung (PEV) der Probe 2.2 nach Witt [94] und aus Anzahlverteilung berechnete PEV

Eine weiterführende Validierung ist zunächst für weitgestufte Korngrößenverteilungen anzustreben. Dazu sind versuchstechnisch ermittelte Porenstrukturen mit Ergebnissen aus generierten Gefügestrukturen zu vergleichen. Zum jetzigen Zeitpunkt ist dies nicht möglich, da keine Informationen über Porenstrukturen von weitgestuften Böden zur Verfügung stehen. Dies wird innerhalb des DFG Forschungsprojektes „Bedingungen suffosiver Erosionsphänomene in Böden“ (SUFFOS) weiter untersucht (Kapitel 3.2). Des Weiteren ist bisher nicht quantifizierbar, welche Anteile des Erdstoffgefüges überhaupt für Materialtransportprozesse maßgebend, d. h. strukturbildend sind. Dies bedarf weiterer Forschungsaktivitäten.



---

## Kapitel 8

# Fallbeispiel und experimentelle Validierung

### 8.1 Anwendung der Perkolationstheorie auf ein Fallbeispiel

An einem Fallbeispiel wird die Suffosionsstabilität mit der Perkolationstheorie beurteilt. Die Ergebnisse werden anschließend mit experimentellen Ergebnissen verglichen und bewertet. Es wird ein Versuchsboden analysiert, der einem typischen fluviatilen Sediment entspricht, wie er z. B. am Oberrhein zu finden ist. Zur Validierung der Berechnung mit den Versuchsergebnissen wurden die Eingangsgrößen für die Modellierung vorab im Labor bestimmt. Dazu wurde der Versuchsboden (Bezeichnung: 50 08 93 006) durch Zusammenstellung einzelner Kornfraktionen im Labor gemischt (Abbildung 8.1).

Zur Quantifizierung der Einbaubedingungen wurden die dichteste und lockerste Lagerung der Proben ermittelt. Die dichteste Lagerung wurde mit dem Rütteltisch nach DIN 18126 Abschnitt 7.3.2 [18] mit Teilversuchen bestimmt, die lockerste Lagerung durch Einfüllen der Probe mit der Handschaufel nach DIN 18126 Abschnitt 7.4.4. Die Ergebnisse der Prüfungen sind in Tabelle 8.1 zusammengefasst. Zusätzlich wurde die Lagerungsdichte für den mit der Hand verdichteten Boden im Versuchsstand bestimmt. Hierbei ergab sich unter Annahme einer Korndichte von  $\rho_s = 2,65 \text{ g/cm}^3$  ein Porenanteil von  $n = 38\%$ , was eher einer lockeren Lagerung entspricht.

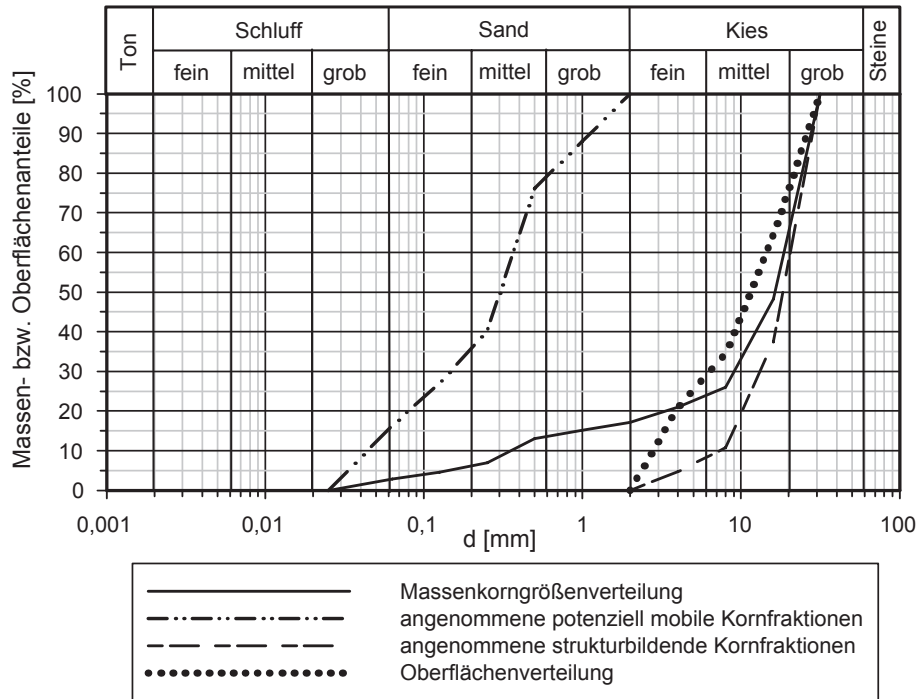


Abbildung 8.1: Ausgangskorngrößenverteilung

Tabelle 8.1: Ergebnisse der Laborversuche zu den charakteristischen Kenngrößen

<b>Proben-Nr.</b>	<b>50 08 093 006</b>	
Bodenart DIN 4022-1		S, G, u'
Bodengruppe DIN 18196		GI
Kornkennziffer (T-U-S-G-X)		0-0-1-8
Kornanteile		
< 0,002 mm (Ton)	[%]	0,0
0,002-0,06 mm (Schluff)	[%]	2,8
0,06-2,0 mm (Sand)	[%]	14,4
2,0-60 mm (Kies)	[%]	82,8
> 60 mm (Steine)	[%]	0,0
$C_u$		54,4
$C_c$		14,2
Mittelwerte Dichte $\rho_d$		
Lockerste Lagerung	[g/cm <sup>3</sup> ]	1,572
Dichteste Lagerung	[g/cm <sup>3</sup> ]	1,924
Kornform	ellipsoid bis kugelig	



Im Falle der Suffosion ist die für den Partikeltransport relevante Porenstruktur diejenige der strukturbildenden Kornfraktionen. Die Frage, ob eine bestimmte Korngröße überhaupt mobil ist oder im Korngefüge so fixiert ist, dass sie als immobil (strukturbildend) zu bezeichnen ist, kann durch die Analyse der Cluster nicht quantifiziert werden. Es ist im Vorfeld durch die Analyse einer 3D-Gefügestruktur zu klären, welche Kornfraktionen potenziell mobil sind und welche strukturbildend (Kapitel 3). Dies ist mit den bekannten Ansätzen zur Gefüge- und Porenstrukturanalyse nicht möglich, so dass eine sinnvolle Annahme des Trenndurchmessers zwischen mobilen und strukturbildenden Kornfraktionen zu treffen ist. Aus der Literaturrecherche ergibt sich eine sinnvolle Auftrennung für die meisten weitgestuften Böden im Bereich von 10 bis 30 Gew%, vorrangig an markanten Knickpunkten, und bei intermittierend gestuften Korngrößenverteilungen im Bereich der Ausfallkörnung, und falls vorhanden, am Wendepunkt entlang der Ausfallkörnung [68, 97]. Nach Lubočkov befindet sich der Trenndurchmesser genau im Schnittpunkt der größten Neigungsänderungen [49, 50, 51, 52]. Unter Berücksichtigung dieser Ansätze ergibt sich im vorliegenden Fallbeispiel der Trenndurchmesser zu  $d = 2 \text{ mm}$  (Abbildung 8.1). Unter Trenndurchmesser wird hierbei der Durchmesser verstanden, in dem die zu betrachtende Korngrößenverteilung in strukturbildende (Grobkornfraktionen) und potenziell mobile Kornfraktionen (Feinkornfraktionen) aufgetrennt wird. Für das hier vorgestellte Beispiel wurde ergänzend die Ausgangskorngrößenverteilung an den Kornfraktionsgrenzen 4 und 8 mm aufgetrennt. Die Porenengstellenverteilung der Grobkornfraktionen wurde mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig durch Generierung einer 3D-Kugelpackung und anschließender Extrahierung der Porenstruktur ermittelt (Kapitel 3.3). In Kapitel 7.4 konnte gezeigt werden, dass als Eingangsgrößen zur Bestimmung der Porenengstellenverteilung die Oberflächenverteilung und der Kornvolumenanteil sowie eine Systemgröße von  $\Delta l = 5 \cdot d_{max}$  pro Raumrichtung in 3D zur Generierung der Gefügestruktur heranzuziehen sind, um die reale Porenengstellenverteilung adäquat nachbilden zu können. Eine Zusammenstellung der Porenengstellendurchmesser für unterschiedliche Perzentile ist für die gewählten Trenndurchmesser für verschiedene Porenanteile in Tabelle 8.2 enthalten. Der Porenanteil der strukturbildenden Kornfraktionen ohne Berücksichtigung der potenziell mobilen Kornfraktionen ist unbekannt. Die Porenanteile müssen abgeschätzt werden. Als Näherung wird die lockerste, dichteste Lagerung und die Lagerungsdichte für den mit der Hand verdichteten gesamten Boden im Versuchsstand herangezogen (siehe oben). Die Porenengstellenverteilung für den Trenndurchmesser von 2 mm ist in Abbildung 8.2 dargestellt.

Tabelle 8.2: Engstellendurchmesser  $d^{PEV}$  für unterschiedliche Perzentile, Trenndurchmesser und Porenanteile

Trenndurchmesser	8 mm			4 mm			2 mm		
Porenanteil n [-]	Versuch 0,38	Min 0,27	Max 0,41	Versuch 0,38	Min 0,27	Max 0,41	Versuch 0,38	Min 0,27	Max 0,41
Perzentil [%]	d [mm]								
1	1,77	1,69	1,75	0,79	0,56	0,81	0,46	0,45	0,47
5	2,07	2,06	2,04	0,94	0,92	0,93	0,58	0,59	0,59
10	2,31	2,31	2,28	1,03	1,03	1,02	0,65	0,66	0,65
25	2,90	2,89	2,91	1,32	1,33	1,32	0,80	0,82	0,80
50	4,14	4,20	4,14	1,92	1,89	1,92	1,05	1,09	1,05
75	5,66	5,74	5,67	2,58	2,57	2,56	1,39	1,46	1,40
90	7,08	7,10	7,10	3,20	3,18	3,16	1,72	1,86	1,73
95	7,92	7,89	8,08	3,59	3,58	3,55	1,92	2,17	1,93
99	9,52	9,44	9,87	4,61	4,77	4,47	2,49	2,95	2,50

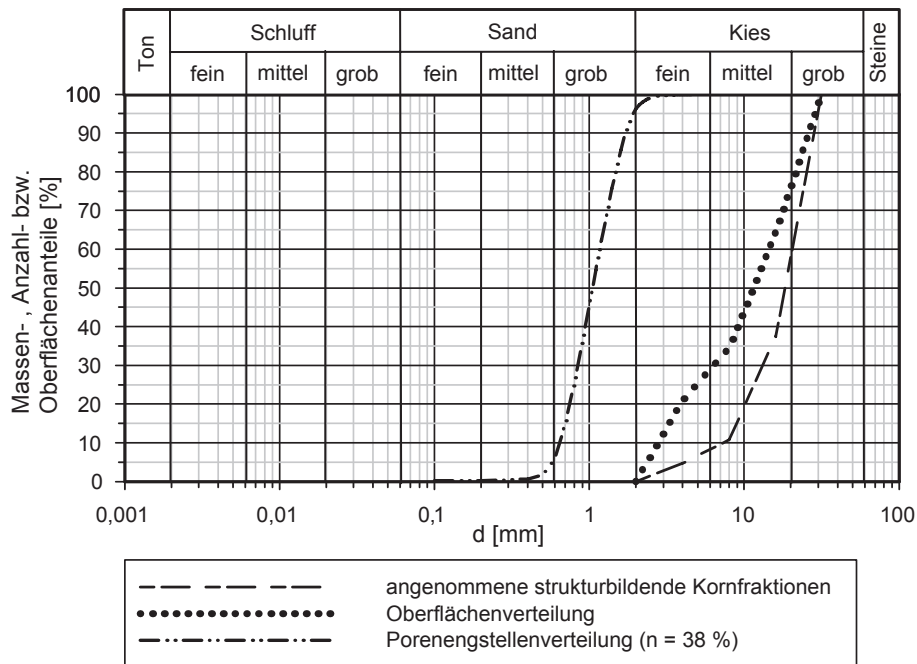


Abbildung 8.2: Porenengstellenverteilung bei einem Trenndurchmesser von 2 mm

Ein Vergleich der in Tabelle 8.2 aufgeführten Porenengstellendurchmesser und Trenndurchmesser zeigt, dass für den betrachteten Versuchsboden der Einfluss der Lagerungsdichte auf die Porenengstellenverteilung vernachlässigt werden kann. Dies wird durch die Versuche zur Bestimmung der lockersten und dichtesten Lagerung bestätigt. Die Setzungsanteile sind mit 7% bezogen auf die Ausgangshöhe des Probenmaterials eher gering. Es ist daher davon auszugehen, dass für den untersuchten Boden die strukturbildenden Kornfraktionen so im Gefüge fixiert sind, dass diese während der Verdichtung sich kaum umlagern und somit auch der Einfluss auf die Porenstruktur, die von diesen Kornfraktionen gebildet wird, gering ist.

Im Folgenden werden die Ergebnisse mit dem wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatz der Perkolationstheorie an der Porenengstellenverteilung bei einem Trenndurchmesser von 2 mm näher betrachtet und anschließend mit den Versuchsergebnissen verglichen. Ziel ist es herauszufinden, ob die Bemessungspraxis zur Ermittlung des maßgebenden Trenndurchmessers eine sinnvolle Annahme zur Trennung zwischen mobilen und strukturbildenden Kornfraktionen darstellt.

Aus der ermittelten Porenengstellenverteilung kann mit Hilfe der Perkolationsschwelle  $p_{crit}$  bestimmt werden, bis zu welcher Kornfraktion eine globale Partikelbewegung geometrisch möglich ist. So besitzen Korndurchmesser größer dem Porenengstellendurchmesser an der Perkolationsschwelle  $p_{crit} = 0,75$  eine globale Perkulationswahrscheinlichkeit  $P_{global}(75\%) = 0\%$ . Dies bedeutet, dass alle Kornfraktionen kleiner dem Korndurchmesser  $d^{p_{crit}} = 1,4 \text{ mm}$ , welcher dem Porenengstellendurchmesser an der Perkolationsschwelle entspricht, global aus dem Erdstoffgefüge ausgetragen werden können (Abbildung 8.3).

Mit der Verteilung der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit (Abbildung 6.3) kann eine obere Schranke der Verlustmasse für global aus dem Bodenvolumen ausgetragene Kornfraktionen einer gegebenen Korngrößenverteilung angegeben werden. Wird angenommen, dass die potenziell mobilen Feinkornfraktionen entsprechend ihrer Volumenverteilung makroskopisch homogen im Kornhaufwerk verteilt sind, weist im Mittel jede Pore der strukturbildenden Kornfraktionen die gleiche Porenfüllung auf. Unter der Porenfüllung wird eine homogene Mischung aller potenziell mobilen Feinkornfraktionen verstanden. Zusätzliche Verlustmassen durch lokale Strukturveränderungen in der Kontaktzone zu einem Filter oder im Randbereich des Bodenvolumens werden im Folgenden nicht berücksichtigt. Unter der Annahme, dass jede Kornfraktion die gleiche Korndichte aufweist, entspricht die Volumenverteilung der Massenverteilung. Mit dieser Annahme können die maximalen Volumen- bzw. Massenverluste über den Verlauf der globalen Perkulationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom p-Quantil der Porenengstellenverteilung abgeschätzt werden (Abbildung 6.3). So ergibt sich z. B., dass ein Partikel gleich dem Porenengstellendurchmesser des 60%-Quantils der Porenengstellenverteilung (PEV) geometrisch aus 90% des gesamten Porenraums global umgelagert werden kann, während bei einem Korndurchmesser entsprechend dem 70%-Quantil der PEV 65,7% des gesamten Poren-



Tabelle 8.3: Berechnung der Korngrößenverteilung nach Suffosion bezogen auf eine Gesamttrockenmasse von 30.000 gr

$d_i$ [mm]	Ausgangsmasse [gr]	Massen- verlust [%]	Masse nach Suffosion [gr]	$\Delta$ Gewichtsanteile [%]	Gewichtsanteile [%]
0,025	893,43	100	0,00	0,00	0,00
0,063	412,50	100	0,00	0,00	0,00
0,125	682,17	100	0,00	0,00	0,00
0,250	1.972,74	100	0,00	0,00	0,00
0,500	562,72	99	5,63	0,02	0,00
1,0	66,45	98	1,33	0,01	0,02
1,2	300,00	90	30,00	0,12	0,03
1,4	248,11	0	248,11	0,99	0,15
2	1.168,30	0	1.168,30	4,65	1,13
4	1.438,76	0	1.438,76	5,72	5,78
8	6.499,66	0	6.499,66	25,85	11,50
16	15.755,16	0	15.755,16	62,65	37,35
31,5	0,00	0	0,00	0,00	100
Summe	30.000		25.146,96	100	

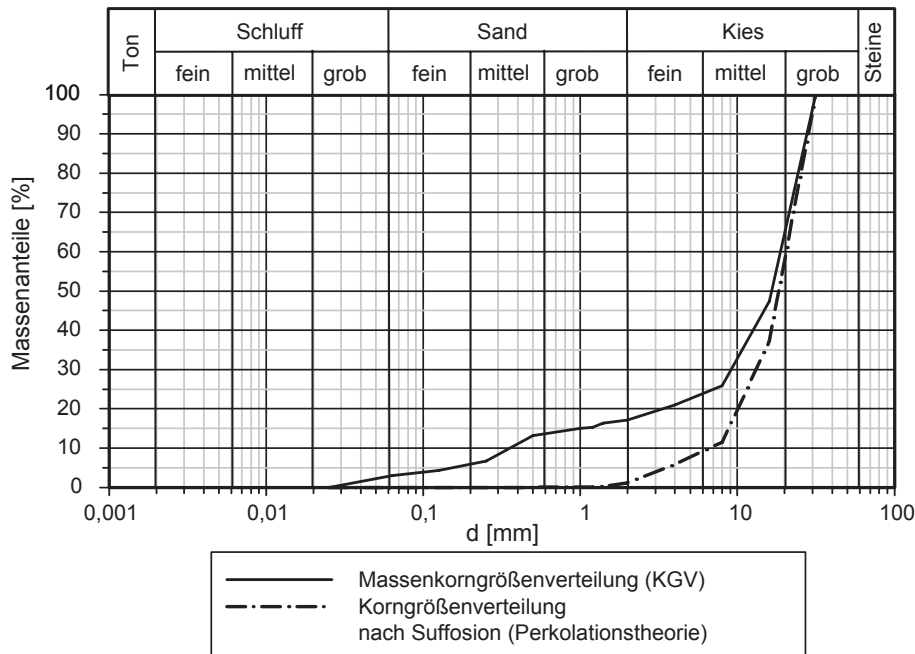


Abbildung 8.4: Ausgangskorngrößenverteilung und berechnete Korngrößenverteilung nach Suffosion aus Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit

## 8.2 Experimentelle Überprüfung

### 8.2.1 Prüfeinrichtung

Die experimentelle Validierung der mit Perkolationstheorie beschreibbaren Materialtransportprozesse wurde an einem Versuchsstand durchgeführt, der in Kooperation mit der Materialforschungs- und -Prüfanstalt an der Bauhaus-Universität Weimar (MFPA) speziell für die Suffosionsbeständigkeit von weitgestuften Böden entwickelt wurde. Details zur Geräteentwicklung sind in der Studie [96] enthalten.

Die modulare Prüfeinrichtung entspricht einem Säulenerosionsversuch und wird im Folgenden SEV-Gerät genannt. Sie besteht aus einem zweiteiligen Plexiglaszylinder mit einem Außendurchmesser von 300 mm und einem Innendurchmesser von 290 mm. Der untere Plexiglaszylinder besitzt eine Gesamthöhe von 500 mm und der obere von 300 mm. Der zweiteilige Aufbau des Plexiglaszylinders erlaubt eine hohe Flexibilität bei der Untersuchung von Pro-

ben mit unterschiedlichsten Einbauhöhen. Zur Vermeidung von Randumläufigkeiten können Ringe aus Bentonit in unterschiedlichen Höhen an der Zylinderwandung angebracht werden. Die Zylinder werden über eine Zwischenplatte miteinander verbunden. Eine Darstellung des Versuchsaufbaus und das Prinzip des SEV-Gerätes sind in Abbildung 8.5 wiedergegeben.

Zur Erfassung von Potenzialänderungen innerhalb der Bodensäule können an der Zelle bis zu 10 Drucksensoren angebracht werden. Zur visuellen Kontrolle von etwaigen Änderungen im Potenzialabbau entlang der Bodensäule ist optional die Möglichkeit gegeben, diese mit einer Piezometerharfe zu verfolgen. Die unterschiedlichen Kontrollmöglichkeiten können über Dreiwegehähne individuell gesteuert werden. Ein Abstand der einzelnen Drucksensoren untereinander von 5 cm ermöglicht eine relativ detaillierte Erfassung des Potenzialabbaus entlang der Bodensäule. Die Porenwasserdrücke werden in der Mitte der Bodensäule erfasst, um Randeffekte auszuschließen. Druckänderungen innerhalb der Bodensäule geben Aufschluss über lokale Strukturveränderungen und somit über Transport und Rückhalte Mechanismen. Falls Partikel mobilisiert werden und an anderer Stelle kolmatieren, ändern sich die Potenzialdifferenzen in den beeinflussten Bereichen.

Ein oberer Abschluss der Zylinder ist durch eine Kopfplatte gegeben. Auf der Kopfplatte ist ein Durchlass für einen Belastungskolben enthalten und eine Befestigungsmöglichkeit für einen Pneumatikzylinder. Der Belastungskolben ist wiederum mit einer Lastverteilungsplatte verbunden. Durch eine Auflast sind unterschiedliche Überlagerungshöhen und Spannungszustände bis maximal  $30 \text{ kN/m}^2$  im Labormaßstab simulierbar. Darüber hinaus wird damit bei einer Durchströmung von unten nach oben ein hydraulischer Grundbruch oder Auftrieb verhindert.

Der untere Zylinder wird mit einer Grundplatte verbunden. Diese Grundplatte dient u. a. als Auflager für ein Gittergewebe, auf welchem der zu untersuchende Boden eingebaut wird. Gegebenenfalls kann auch ein Zwischenfilter angeordnet werden. Die einzelnen Module der Prü fzelle werden über Gewindestangen und Dichtungsringe miteinander verbunden. An der Grundplatte selbst sind weitere hydraulische Anschlüsse vorhanden, so dass in dieser Ebene ein Wasserpotenzial eingestellt werden kann. Zur Erfassung der erodierten Bodenpartikel in einem separaten Auffangbehälter wird zur Gewährleistung der Sedimentation ein Edelstahltrichter mit der Grundplatte verbunden. Der Auffangbehälter selbst kann mit dem Edelstahltrichter über einen Kugelhahn verbunden werden. Dies erlaubt ohne Ausbau des Versuchs eine gradientenabhängige Erfassung der Erodibilität. Darüber hinaus kann das Unterwasserpotenzial auch optional am Auffangbehälter statt an der Grundplatte angeschlossen werden.





darauf ein Sieb mit 2 mm Maschenweite. Dies ermöglicht einen Wasserdurchfluss über den gesamten Probendurchmesser. Als Auflast wurde ein Gewicht von 5 kg auf das Sieb aufgestellt. Damit eine ausreichende Potenzialhöhe Oberstrom gewährleistet werden kann, wurde der untere Zylinder über die Zwischenplatte mit dem oberen Zylinder verbunden und über Gewindestangen miteinander verschraubt. Die Einbauhöhe wurde anschließend gemessen und die Drucksensoren angeschlossen. An den Wasserzufluss wurde ein Durchflussmengenähler angebracht. Das Wasser wurde aus einem Hochbehälter mit 1 m<sup>3</sup> Fassungsvermögen entnommen.

### 8.2.3 Versuchsdurchführung

An dem Versuchsboden (Abbildung 8.1) wurden 4 Suffosionsversuche durchgeführt. Je Versuch wurden vier konstante Aufstauhöhen und eine zyklische Aufstauhöhe getestet. Die Aufstauhöhe ist als Wasserstand ab Probenoberkante definiert. Die Versuche wurden unter den in Tabelle 8.4 aufgeführten Randbedingungen durchgeführt.

Tabelle 8.4: Randbedingungen zu den Suffosionsversuchen

Einbauhöhe der Probe:	30 cm
Versuchsdauer je Aufstauhöhe:	3 bis 5 min
Konstante Aufstauhöhen:	
Höhe 1:	3 cm
Höhe 2:	15 cm
Höhe 3:	30 cm
Höhe 4:	60 cm
zyklische Aufstauhöhen:	
minimal:	18 cm
maximal:	60 cm

Nach Beginn der Datenaufzeichnung wurde jeweils der Wasserzulauf gestartet und die erste Aufstauhöhe eingestellt. Das Wasser wurde von oben zugegeben, so dass die Durchströmung von oben nach unten erfolgte. Unterhalb der Prüfeinrichtung wurden das ausströmende Wasser und der ausgespülte Boden in Wannen aufgefangen. Das Wasser konnte Unterstrom frei auslaufen, um die nötige Durchflussmenge gewährleisten zu können. Dabei konnte keine Vollsättigung über die gesamte Probenhöhe gewährleistet werden. Während des Versuches wurden die durchströmenden Wassermengen am Durchflussmengenähler und die Druckhöhen an den Piezometern abgelesen. Nach Abschluss der Messung wurde der Wasserzulauf gestoppt. Die Probenhöhe wurde nach dem Leerlaufen der Prüfeinrichtung bestimmt. Der in den Wannen

aufgefangene Boden wurde in Extrabehälter umgefüllt. Analog dazu wurden anschließend die Prüfungen mit den weiteren Aufstauhöhen durchgeführt.

Zur Simulation von schwankenden Wasserhöhen, z. B. infolge von Wellenbewegungen, wurde nach Abschluss der Prüfungen mit dem höchsten konstanten Wasseraufstau ein Prüfzyklus mit zyklisch wechselnden Wasserhöhen durchgeführt. Als unterer Wert wurde der höchste konstante Wasseraufstau gewählt, der obere Wert ergab sich aus einer angenommenen Wellenhöhe von 43 cm. Die Durchflussmengen und die Druckhöhen an den Piezometern wurden bei der unteren Wasseraufstauhöhe gemessen.

Nach dem Abschluss der Versuche wurde der Boden in drei Schichten aus der Prüfeinrichtung ausgebaut (Abbildung 8.6). Je Schicht wurde eine Korngrößenverteilung bestimmt. Die je Aufstauhöhe ausgespülten Bodenmengen wurden getrocknet, gewogen und die Korngrößenverteilungen ermittelt.

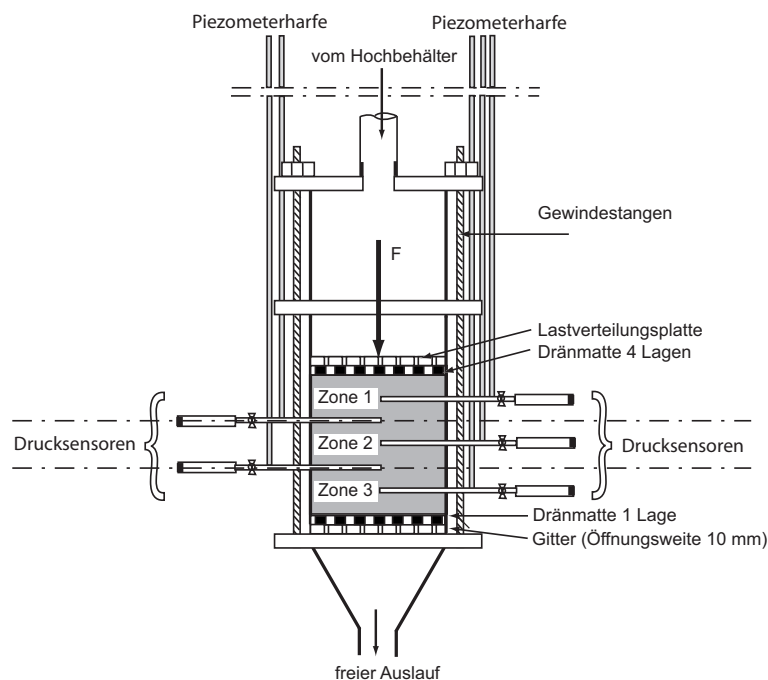


Abbildung 8.6: Ausbau der Bodenproben in drei Schichten

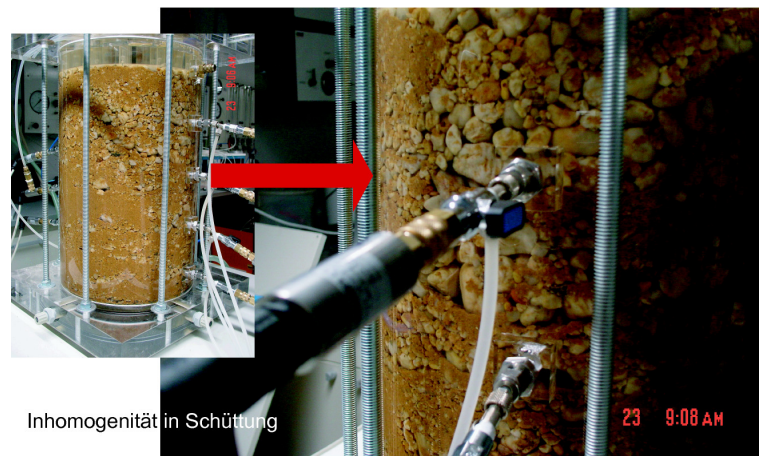


Abbildung 8.7: Inhomogenität im Erdstoffgefüge

#### 8.2.4 Versuchsergebnisse

Durch die Veränderung der Korngrößenverteilungen entlang der Bodensäule im Vergleich zur Ausgangskorngrößenverteilung können Strukturveränderungen aufgezeigt werden. Eine signifikante Verschiebung der Korngrößenverteilung in allen Tiefenlagen im Vergleich zur Ausgangskorngrößenverteilung ist ein Indiz dafür, dass der untersuchte Erdstoff als suffosiv zu bewerten ist. Werden nur geringe Veränderungen der Korngrößenverteilungen im Bereich der Messgenauigkeit bzw. nur eine Verschiebung der Korngrößenverteilung in der obersten und untersten Schicht festgestellt, so kann der Boden als nicht suffosiv eingestuft werden. Sämtliche Versuchsergebnisse sind in der Anlage B.2 enthalten.

Allgemein ist festzustellen, dass der Widerstand gegen Suffosion sehr stark von der Homogenität des eingebauten Erdstoffs abhängt. Suffosive Böden neigen generell zur Entmischung. Ein Einbau, der über den gesamten Versuchskörper eine homogene Gefügestruktur aufweist, ist nicht realisierbar (Abbildung 8.7). Es zeigte sich, dass sich Feinschichtungen und Kiesnester trotz sorgfältigem Einbau nicht verhindern lassen. Die Auslösung eines Suffosionstransports hängt somit entscheidend vom Grad der Homogenität des Erdstoffes ab. Dies spiegelt sich in den je Versuch unterschiedlichen ausgespülten Massenanteilen wider (Tabelle 8.5).

Die Versuche am Versuchsboden ergaben einen relativ hohen Materialaustrag von 12 bis 15,5 % bezogen auf die Gesamttrockenmasse beim Einbau (Tabelle 8.5). Der Versuchsboden kann demnach als hochgradig suffosiv eingestuft werden. Ein Vergleich der Massenbewegungen innerhalb der einzelnen Bodenschichten (Zone 1 bis Zone 3) zeigt, dass der größte mobile

Tabelle 8.5: Ausgetragene Massen pro Aufstauhöhe

Aufstauhöhen [cm]	Massenverlust Versuch 1 [gr]	Massenverlust Versuch 2 [gr]	Massenverlust Versuch 3 [gr]	Massenverlust Versuch 4 [gr]
3	3838,65	2944,37	4302,35	3669,87
15	187,5	107,8	122,6	171,0
30	76,65	83,7	106,7	82,76
60	62,22	100,2	155,8	96,7
18 ~ 60	93,13	135,6	80,61	85,0
<b>Summe Austrag [gr]</b>	4260,15	3481,21	4656,14	4107,57
<b>eingebaute Masse [gr]</b>	29327,95	29041,51	29985,14	29697,77
<b>Massenverlust [%]</b>	14,5	12,0	15,5	13,8

Partikel, welcher gerade noch durch alle Schichten mobilisiert werden konnte, bei allen durchgeführten Versuchen zwischen den Fraktionsgrenzen 1 und 2 mm zu finden ist.

### 8.3 Vergleich der Laborergebnisse mit Ergebnissen aus dem simulierten Modell

Der durch Perkolationstheorie bestimmte kritische Partikeldurchmesser, für den es gerade keinen durchgängigen Porenpfad mehr gibt, d. h. welcher global nicht mehr aus einem Homogenbereich ausgespült werden kann, ergibt sich bei einem Trenndurchmesser von 2 mm zu  $d_{crit} = 1,4 \text{ mm}$ . Dieser Wert liegt in der versuchstechnisch ermittelten Kornfraktion.

Der maßgebende Trenndurchmesser wurde für das vorliegende Fallbeispiel bei 2 mm angenommen. Dieser Trenndurchmesser befindet sich am Wendepunkt innerhalb der Ausfallkörnung. Dies bestätigt das Vorgehen der bisherigen Bemessungspraxis. Wird dem Vorschlag von Lubočkov, Saucke oder Wittmann gefolgt, so ergibt sich der gleiche Trenndurchmesser zur Separation zwischen potenziell mobilen bzw. strukturbildenden Kornfraktionen. Ein Auftrennen an anderen Fraktionsgrenzen bedingt eine Fehlinterpretation des größten suffosiven Korns und der Volumenverluste. So würde sich bei einem Trenndurchmesser von 8 mm der kritische Partikeldurchmesser zu  $d_{crit} = 5,66 \text{ mm}$  und bei einem Trenndurchmesser von 4 mm zu  $d_{crit} = 2,58 \text{ mm}$  ergeben (Tabelle 8.2).

Rechnerisch wurde ein maximaler Materialaustrag von 16 Gew% prognostiziert. Dies entspricht einem oberen Grenzwert für den potenziell möglichen Materialaustrag. Intergranulare Rückhaltemechanismen wie Brückenbildung oder Partikel-Partikel Interaktionen werden in der Perkolationstheorie nicht berücksichtigt, was den geringeren Massenverlust im Versuch erklärt. Versuchstechnisch wurden Materialausträge von 12 bis 15,5 Gew% erreicht, was relativ dicht an dem prognostizierten Wert liegt. Der Porenanteil nach Versuch ergab sich im Mittel zu  $n = 0,42$ . Dies entspricht in diesem Fallbeispiel näherungsweise dem Porenanteil bei lockerster Lagerungsdichte des gesamten Bodens ( $n = 0,41$ ), welcher u. a. zur Ermittlung der Porenengstellenverteilung herangezogen wurde. Die berücksichtigten Lagerungsdichten zur Ermittlung der Porenengstellenverteilung aus dem tragenden Kornskelett (strukturbildende Kornfraktionen) haben in diesem Fallbeispiel keinen Einfluss auf das Gesamtergebnis durch Anwendung der Perkolationstheorie gezeigt.

In Abbildung 8.8 sind exemplarisch für den Versuch 4 die Korngrößenverteilungen der ausgebauten Schichten der über Perkolationstheorie ermittelten Korngrößenverteilung, wie sie sich nach der Suffosion theoretisch ergeben würde, gegenübergestellt. Ein Vergleich der Korngrößenverteilungen zeigt, dass eine sehr gute Übereinstimmung mit der oberen (Zone 1) und mittleren Schicht (Zone 2) besteht. Die unterste Schicht (Zone 3) weist einen höheren Feinkornanteil auf. Dies kann damit begründet werden, dass am unteren Ende der Bodensäule, durch Randeffekte, gröbere Kornfraktionen mit ausgetragen wurden. Diese sind in ihrer Anzahl innerhalb des Kornhaufwerks nur begrenzt vorhanden, so dass der Verlust weniger Grobkörner im Randbereich bereits einen großen Einfluss auf die dortige Massenkorngrößenverteilung hat.

Werden zum Vergleich die bestehenden geometrischen Suffosionskriterien auf das Fallbeispiel angewendet, ist feststellbar, dass entweder keine Aussage über den kritischen Partikeldurchmesser möglich ist oder dieser falsch eingeschätzt wird (Tabelle 8.6). In Tabelle 8.6 ist ersichtlich, dass die Ergebnisse mit Variante 1 und Variante 2 nach [58] fast identisch sind und den experimentell ermittelten Wert überschätzen. Mit dem Kriterium nach Ziems ergibt sich ein viel geringerer kritischer Partikeldurchmesser, der versuchstechnisch ermittelte Wert wird unterschätzt. Die Anwendungsgrenzen sind z. T. überschritten. Das Kriterium nach Ziems ist nur für ungleichförmige Erdstoffe mit stetiger Kornverteilungslinie ohne Ausfallkörnung gültig, was hier nicht eingehalten ist. Das Kriterium nach Burenkova ist für diese Korngrößenverteilung ebenfalls ungeeignet, da es nur für stetige Korngrößenverteilungen anwendbar ist. Weitere Aussagen können mit den Kriterien der bisherigen Bemessungspraxis nicht getroffen werden.

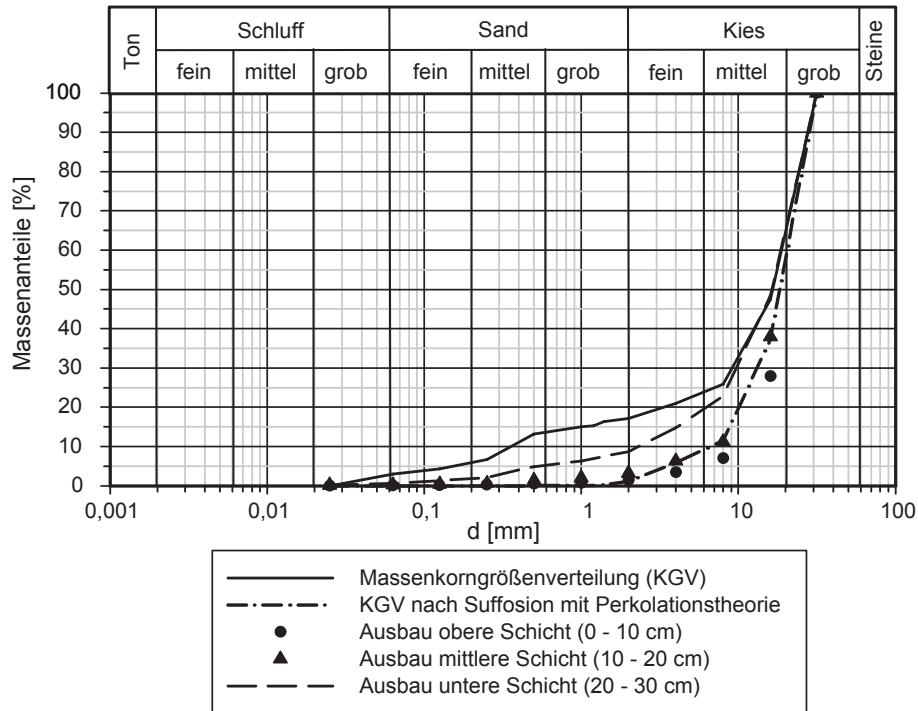


Abbildung 8.8: Korngrößenverteilungen bei schichtweisem Ausbau nach Versuch 4 und durch Perkolation ermittelte Korngrößenverteilung nach Suffosion

Tabelle 8.6: Gegenüberstellung der geometrischen Suffosionskriterien

Forscher	suffosiv	$d_{3,zul}$ bzw. $d_{s,zul}$ [mm]	Anwendungsgrenze eingehalten	
			$C_u$	Korngrößenverteilung
Terzaghi	JA		NEIN	NEIN
Čiřtin/Ziems	JA		JA	JA
Burenkova	JA		JA	NEIN
Lubořkov	JA		JA	JA
Variante 1 nach [58]	JA	2,7	JA	JA
Variante 2 nach [58]	JA	2,7	JA	JA
Ziems	JA	0,92	n.a.	NEIN
Semar	JA	1,4	JA	JA

## 8.4 Schlussfolgerungen zur experimentellen Untersuchung

Durch die experimentelle Untersuchung konnte gezeigt werden, dass der kritische Partikeldurchmesser durch die Perkolationstheorie mit ausreichender Genauigkeit hergeleitet werden kann. Darüber hinaus sind die maximalen Massenverluste an Fraktionsgrenzen berechenbar und bilden die Realität mit relativ hoher Präzision und auf der sicheren Seite ab. Dies bedingt jedoch, dass der Trenndurchmesser, der mobile und strukturbildende Kornfraktionen kennzeichnet, im Vorfeld der Berechnungen sinnvoll gewählt wird. Es hat sich gezeigt, dass die Annahme der bisherigen Bemessungspraxis z. B. eine Auftrennung für die meisten weitgestuften Böden im Bereich von 10-30 Gew%, vorrangig an markanten Knickpunkten und bei intermittierend gestuften Korngrößenverteilungen im Bereich der Ausfallkörnung und falls vorhanden am Wendepunkt entlang der Ausfallkörnung, zielführend ist. Eine analytische Vorgehensweise zum Quantifizieren des richtigen Trennpunktes existiert bisher nicht. Hierin besteht weiterer Forschungsbedarf. Die Porenengstellenverteilung der strukturbildenden Kornfraktionen ist ausschlaggebend für das Ergebnis mit der Perkolationstheorie. Eine geeignete Methode zur Bestimmung der Porenengstellenverteilung ist notwendig. Die Unschärfen aus der Bestimmung der Porenengstellenverteilung sind in der Auswertung zu berücksichtigen.

Die Zusammenstellung in Tabelle 8.6 verdeutlicht die Diskrepanzen in den Aussagen zur Sufusionsstabilität mit der bisherigen Bemessungspraxis sowie eine nicht akzeptable Abweichung vom realen kritischen Partikeldurchmesser. Dabei ist im Vorfeld unklar, ob dieser unter- oder überschätzt wird. Dies verdeutlicht die Innovation der hergeleiteten analytischen Gesetzmäßigkeiten mit dem wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatz der Perkolationstheorie, welche erstens den kritischen Partikeldurchmesser realitätsnah erfassen und darüber hinaus Aussagen über Massenverluste und lokale Strukturveränderungen zulassen.





---

## Kapitel 9

# Grenzzustandsbedingungen zur Suffosionsbeständigkeit

### 9.1 Vorgehen zur Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit

Die Gegenüberstellung der bestehenden geometrischen Suffosionskriterien hat gezeigt, dass sie sehr beschränkt in ihrer Anwendbarkeit und Aussagefähigkeit sind (Kapitel 4.4). Die bisherige Bemessungspraxis basiert auf empirischen Ansätzen. Es ist dabei unklar, ob die Suffosionsbeständigkeit über- oder unterschätzt wird. Mit der Methode der Perkolationstheorie konnte ein Vorgehen zur Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit hergeleitet werden, das einerseits auf jeden beliebigen Erdstoff transformiert werden kann und eine quantitative Aussage über lokale und globale Strukturveränderungen und Massenverlusten zulässt.

In den vorangegangenen Kapiteln wurde gezeigt, dass mit einem unkorrelierten Bond-Perkulationsmodells auf einem einfachen kubischen Gitter Strukturveränderungen realitätsnah approximiert werden können. Dabei hat sich eine Vorgehensweise bewährt, deren logische Abfolge sich folgendermaßen gliedern lässt:

1. Nach den konservativen Ausschlusskriterien, wie sie auf Seite 45 aufgeführt sind, kann nachgeprüft werden, ob ein potenziell suffosiver Erdstoff vorliegt oder nicht.
2. Liegt ein potenziell suffosiver Erdstoff vor, ist dieser gedanklich so aufzutrennen, dass potenziell mobile und strukturbildende Kornfraktionen voneinander unterschieden werden.

3. Anschließend ist die Porenengstellenverteilung für die strukturbildenden Kornfraktionen zu bestimmen.
4. Die mathematischen Zusammenhänge aus der Perkolationstheorie sind auf die Porenengstellenverteilung der strukturbildenden Kornfraktionen anzuwenden (Transformationsmethode).
5. Massenverluste der potenziell mobilen Kornfraktionen bzw. potenzielle lokale und globale Strukturveränderungen werden daraus abgeleitet und Grenzbedingungen gegenübergestellt.

In diesem Kapitel werden noch einmal explizit das Vorgehen vorgestellt und Grenzbedingungen formuliert. Der hier verfolgte Nachweis führt über die Ermittlung der maßgebenden Eingangsgrößen, die zweckmäßige Trennung zwischen strukturbildenden und mobilen Kornfraktionen, die Berechnung der Porenengstellenverteilung schließlich zur Anwendung von Materialtransportbedingungen, die sich aus der Perkolationstheorie ergeben haben.

## 9.2 Eingangsgrößen und Porenengstellenverteilung

Die Anwendung der über Perkolationstheorie hergeleiteten mathematischen Gesetzmäßigkeiten bedingt die Kenntnis über die Porenengstellenverteilung. Die Porenengstellenverteilung wurde in dieser Arbeit mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig erstellt. Als Eingangsgrößen werden der Porenanteil und die Oberflächenverteilung (Gleichung 2.22) der strukturbildenden Kornfraktionen einer als kritisch bewerteten Korngrößenverteilung benötigt. Dabei ist zwischen natürlichem Untergrund, technischer Schüttung und Labormaterial zu unterscheiden. Während Labormaterial als quasi makroskopisch homogen angesehen werden kann, unterliegen technische Schüttungen und der Untergrund einer bestimmten Variabilität, die im Vorfeld zu quantifizieren ist. Dies betrifft zum einen die Autokorrelationslängen für Korndurchmesser an unterschiedlichen Perzentilen der Korngrößenverteilung und die Standardabweichung um den Mittelwert. Mit diesen Informationen können Homogenbereiche und die dafür maßgebenden Korngrößenverteilungen definiert werden. Sind diesbezüglich keine Informationen verfügbar, sind alle bestimmten Korngrößenverteilungen in den Entscheidungsprozess zu integrieren und die kritische Korngrößenverteilung über Probiervverfahren zu ermitteln. Die Angabe eines Kornverteilungsbandes alleine ist nicht ausreichend, da die Ränder nur die Grenzen einer Kornverteilungsschar angeben. Informationen über maßgebende Korngrößenverteilungsverläufe des Untersuchungsgebietes innerhalb des Körnungsbandes können daraus nicht abgeleitet werden. Eine Risikobeurteilung ist ebenfalls nicht möglich, da die Mäch-

tigkeit von Homogenbereichen und darin maßgebende Korngrößenverteilungen nicht aus Körnungsbändern abgeleitet werden können (Kapitel 7.2.3).

Die durchgeführten Untersuchungen und die Literaturrecherche zur Variabilität der Eingangsgrößen zeigen, dass die Zusammenhänge und deren Einfluss auf die Suffosionsbeständigkeit sehr viel komplexer ist als angenommen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind diese komplexen Zusammenhänge nicht abschließend lösbar, da die zur Verfügung stehenden Datenmengen für eine systematische Untersuchung nicht ausreichen und zeitlich eine weitere Forschung auf diesem Gebiet nicht mehr realisierbar war.

Nachdem eine zu untersuchende Korngrößenverteilung festgelegt wurde, ist diese bei einem Korndurchmesser aufzutrennen, der zwischen strukturbildenden und mobilen Kornfraktionen des Erdstoffes unterscheidet. Die Porenstruktur des gesamten Erdstoffes ist für den suffosiven Materialtransport nicht maßgebend, sondern nur diejenige, die von den strukturbildenden Kornfraktionen gebildet wird. Eine analytische Vorgehensweise hierzu existiert zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht, so dass eine sinnvolle Annahme getroffen werden muß. Als zweckmäßig hat sich bei den meisten weitgestuften Böden hierbei erwiesen, den Trenndurchmesser im Bereich von 10-30 Gew% vorrangig an markanten Knickpunkten bei intermittierend gestuften Korngrößenverteilungen im Bereich der Ausfallkörnung und falls vorhanden am Wendepunkt entlang der Ausfallkörnung festzulegen.

In Kapitel 7.2.1 konnte gezeigt werden, dass die Lagerungsdichte nur einer geringen Variabilität unterliegt und der Mittelwert der Lagerungsdichte angesetzt werden darf. Die Lagerungsdichte ist in der Regel nur für den gesamten Erdstoff bekannt. Für die Ermittlung der Porenengstellenverteilung ist jedoch nur der Porenanteil der strukturbildenden Kornfraktionen maßgebend. Als erste Abschätzung kann von der lockersten Lagerungsdichte des gesamten Erdstoffs ausgegangen werden.

Anschließend kann für einen Homogenbereich die Porenengstellenverteilung mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig ermittelt werden. Mit diesem Programm können Randeffekte vernachlässigt werden, wenn Gefügestrukturen mit mindestens  $\Delta l = 5 \cdot d_{max}$  pro Raumrichtung in 3D untersucht werden. Als Eingangsgrößen für das Programm PorePathHTWK v1.0 sind der Porenanteil und die Oberflächenverteilung (Gleichung 2.22) der strukturbildenden Kornfraktionen des Erdstoffgefüges heranzuziehen. Die Oberflächenverteilung kann unter Annahme der Kugelform des Einzelkorns aus der Massenkorngrößenverteilung berechnet werden (Kapitel 7.4). Alternativ kann die Porenengstellenverteilung auch mit anderen Modellansätzen wie z. B. nach Schuler [70] hergeleitet werden. Die durch andere Verfahren hergeleitete Porenengstellenverteilung ist hinsichtlich ihrer Unschärfen durch Modellannahmen und Parameterstreuung zu untersuchen, kritisch zu bewerten und in den abgeleiteten Aussagen zu berücksichtigen.

## 9.3 Suffosive Materialtransportbedingungen

### 9.3.1 Kritischer Korndurchmesser und maximale Massenverluste

Die hergeleiteten Zusammenhänge zu den suffosiven Materialtransportbedingungen mit der Perkolations-theorie sind allgemeine Gesetzmäßigkeiten, die vom Erdstoffgefüge unabhängig sind. Sie sind jedoch nur für homogene, isotrope und selbstähnliche Erdstoffgefüge gültig, so dass eine Modellannahme bezüglich der Homogenbereiche vorab durchzuführen ist. Die Anwendung auf einen konkreten Erdstoff erfolgt über die Transformationsmethode (Kapitel 5.4.2). Als Eingangsgrößen für die Zusammenhänge dienen hierbei die p-Quantile der maßgebenden Porenengstellenverteilung. Lokale und globale Strukturveränderungen sind für jeden Korndurchmesser der Ausgangskorngrößenverteilung anhand der Eingangsgrößen getrennt quantifizierbar.

Die globalen Strukturveränderungen sind mit der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit quantifizierbar. Schematisch ist dies in Abbildung 9.1 dargestellt. Eingangsgröße ist die Porenengstellenverteilung der strukturbildenden Kornfraktionen. Durch den Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit können anschließend die Massenverluste für unterschiedliche p-Quantile abgeleitet und ein maximaler Massenverlust prognostiziert werden. Dabei ist zu beachten, dass bei bindigen Böden das Einzelkorn nicht maßgebend ist, sondern Aggregate, deren Größe durch die physiko-chemischen Bedingungen im Erdstoff bzw. umgebenden Millieu beeinflusst werden.

An unterschiedlichen Perzentilen der Porenengstellenverteilung wird dafür die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit ermittelt. Jedes Perzentil entspricht einem konkreten Porenengstellendurchmesser. Eine Mobilität von Partikel mit diesem Porenengstellendurchmesser ist nur noch in Clustern möglich, innerhalb denen die Porenengstellen größer als oder gleich groß wie der Porenengstellendurchmesser des Perzentils sind. Die globale Mobilitätswahrscheinlichkeit gibt bezogen auf das Gesamtporenvolumen den prozentualen Anteil an, in dem eine globale Strukturveränderung möglich ist. Mit der Annahme, dass die potenziell mobilen Feinkornfraktionen entsprechend ihrer Volumenverteilung makroskopisch homogen im Kornhaufwerk verteilt sind, weist im Mittel jede Pore im tragenden Grobkornskelett die gleiche Porenfüllung auf. Der Volumenverlustanteil der betrachteten Kornfraktionen entspricht somit der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit. Unter Annahme gleicher Korndichten jeder Fraktion im Erdstoffgefüge ist die Volumenverteilung mit der Massenverteilung identisch, so dass die prozentualen Volumenverluste den prozentualen Massenverlusten entsprechen. Wie viel Gesamtmassenverlust toleriert werden kann, ist abhängig von der Fragestellung, d. h. können Setzungen erlaubt werden und inwiefern beeinflusst die Porenstruktur des durch Suffosion „geschwächten“ Erdstoffs die Initiation anderer erosiver Prozesse bzw. zu untersuchender Versagensszenarien. Es kann

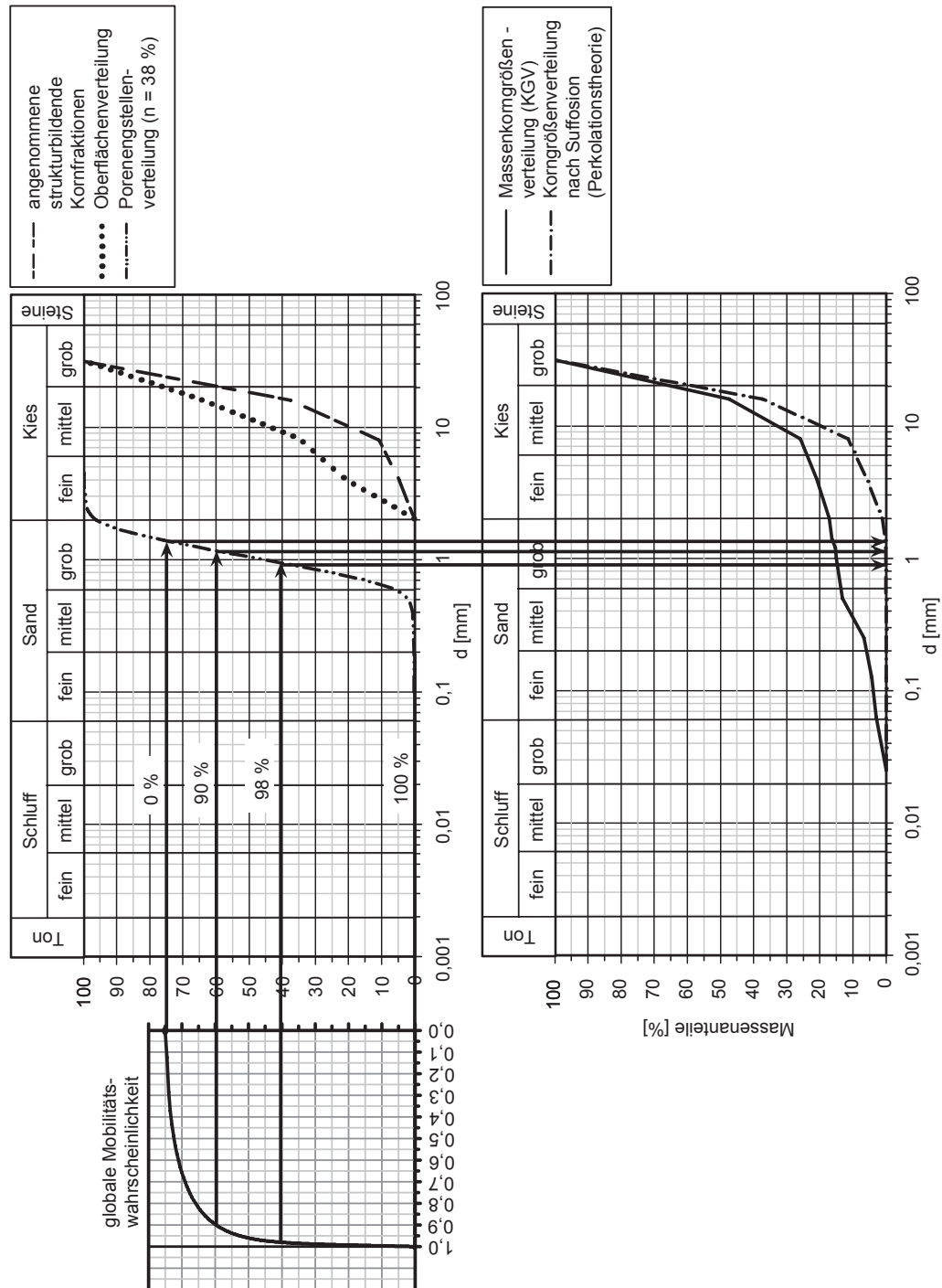


Abbildung 9.1: Schematische Darstellung der Ermittlung von Masseverlusten und der resultierenden Korngrößenverteilung nach Suffosion

ein Massenverlust von 3 bis 5 Gew% akzeptiert werden, ohne dass negative Auswirkungen zu befürchten sind. Sollen globale Strukturveränderungen gänzlich ausgeschlossen werden, ist der kritische Korndurchmesser identisch dem 75%-Quantil der Porenengstellenverteilung ( $d_{75}^{PEV}$ ) maßgebend. Das heißt, nur Korndurchmesser der mobilen Kornfraktionen nach Ungleichung 9.1 sind im Erdstoffgefüge zulässig, damit geometrisch keine globalen Strukturveränderungen möglich sind.

$$d_{mP,G} \geq d_{75}^{PEV} \quad (9.1)$$

Sind die aufgeführten Kriterien nicht erfüllt, sollte geprüft werden, ob der Partikeltransport durch Schichtung lokal begrenzt bleibt bzw. ob die hydrodynamischen Bedingungen ausreichen, um einen Partikeltransport auszulösen. Gegebenenfalls kann durch technische Maßnahmen dem globalen Partikeltransport entgegengewirkt werden.

### 9.3.2 Lokale Strukturveränderungen

Durch die Untersuchung lokaler Strukturveränderungen suffosiver Böden können mit den durch die Perkolationstheorie hergeleiteten Zusammenhängen zwei unterschiedliche Fragestellungen beurteilt werden:

- Welche lokalen Strukturveränderungen von Partikeln größer dem kritischen Partikeldurchmesser sind innerhalb des betrachteten Erdstoffgefüges möglich?
- Ab wann wird die Mobilität von Partikeln kleiner dem kritischen Partikeldurchmesser durch einen angrenzenden Homogenbereich gestoppt?

**Innerhalb eines Erdstoffgefüges:** Sollen größere lokale Strukturveränderungen innerhalb eines Erdstoffgefüges ausgeschlossen werden, ist eine differenziertere Betrachtung notwendig. So sind Porenräume in einem tragenden Kornskelett bei gleicher Anzahl an Poren z. B. in gerundetem natürlichen Kies von kleinerem Umfang als in gebrochenem Mineralgemisch. Somit ist der Partikeltransport von der Größe des lokal begrenzten Porenraums und der Anzahl von diesen Porenräumen in einem betrachteten Bodenvolumen abhängig. Wird zur Vermeidung von größeren lokalen Strukturveränderungen eine maximale Anzahl an Poren, die einen lokal begrenzten Porenraum bilden, festgelegt und zusätzlich eine maximale Anzahl dieser Porenräume, kann ein p-Quantil der Porenengstellenverteilung definiert werden, unterhalb dessen Durchmesser keine Kornfraktion liegen darf (Kapitel 6.4).

Werden z. B. Kornumlagerungen nur innerhalb einer Clustergröße aus 50 Poren zugelassen, ergibt sich für einen Partikel entsprechend dem 80%-Quantil der Porenengstellenverteilung aus der Clustergrößenverteilung  $\ln n_s(80\%) = -10$ , während für einen Partikel entsprechend dem 85%-Quantil der Porenengstellenverteilung sich nur noch eine normierte Anzahl der Clustergröße aus 50 Poren von  $\ln n_s(85\%) = -14$  ergibt (Abbildung 6.9). Durch Multiplikation von  $n_s(p)$  mit der Anzahl an Poren im betrachteten Bodenvolumen ergibt sich die Anzahl an finiten Clustern, die aus z. B. 50 Poren bestehen. Alternativ kann die Anzahl an finiten Clustern auch mit Gleichung 6.8 berechnet werden. Wieviele Poren in einem Bodenvolumen tatsächlich vorhanden sind, ist bisher ungeklärt. Hierzu sind weitere Gefügeuntersuchungen in 3D notwendig. Ist ein analytischer Ansatz zur näheren Beschreibung der Porenstruktur gefunden, kann abgeschätzt werden, welche Partikelgröße in wie vielen finiten Clustern der Größe  $s$  umgelagert werden können. Unter Betrachtung der Clustergrößenverteilungen  $\ln n_s(p)$  ist bereits jetzt zu erkennen, dass die Anzahl an finiten Clustern, in denen ein Partikel äquivalent dem 85%-Quantils der Porenengstellenverteilung mobilisiert werden kann, sehr begrenzt ist, da mindestens  $1/e^{-14}$  Poren im gesamten Erdstoffgefüge vorhanden sein müssen, um eine Clustergröße aus 50 Poren zu beinhalten.

Auch die Untersuchungen zur gewichteten mittleren Größe der finiten Cluster  $S(p)$  – gewichtete mittlere Größe lokal beschränkter Porenräume – zeigt, dass bei einem Partikel äquivalent dem 85%-Quantil der Porenengstellenverteilung ( $d_{85}^{PEV}$ )  $S(p)$  sehr klein wird im Verhältnis zur Gesamtanzahl der Poren im betrachteten System (Abbildung 6.14). Als Grenzzustandsbedingung zur effektiven Verhinderung größerer lokaler Strukturveränderungen unter Ausschluss globaler Strukturveränderungen wird daher vorgeschlagen, als untere Schranke für die mobilen Kornfraktionen  $d_{mP,L}$  den Wert von  $d_{85}^{PEV}$  zu verwenden. Wird die Ungleichung 9.2 erfüllt, sind demnach keine größeren lokalen Strukturveränderungen zu erwarten.

$$d_{mP,L} \geq d_{85}^{PEV} \quad (9.2)$$

Das Vorgehen hierzu ist analog zu Abbildung 9.1. Dabei wird das 85%-Quantil der Porenengstellenverteilung auf der x-Achse abgelesen (85% auf der y-Achse). Der resultierende Korndurchmesser ist derjenige, der die Ungleichung 9.2 gerade noch erfüllt. Alle Korndurchmesser größer dem 85%-Quantil der Porenengstellenverteilung werden lokal nur sehr begrenzt umgelagert.

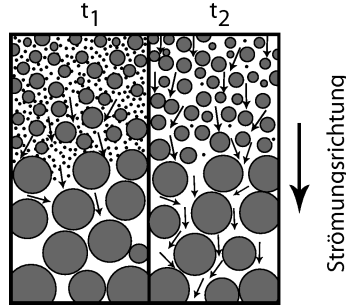


Abbildung 9.2: Schematische Darstellung der Kontaktsuffosion nach Ziem's [102] für die Zeitschritte  $t_1$  und  $t_2$ .

**Kontaktzone von Homogenbereichen:** Die Fragestellung, ob globale Strukturveränderungen innerhalb eines Homogenbereiches makroskopisch lokal begrenzt bleiben, ist abhängig von den Bedingungen an den Rändern des Homogenbereichs (Kapitel 7). Im Folgenden wird die Kontaktzone zwischen zwei angrenzenden Schichten betrachtet, worin die obere Schicht suffosiv ist (Abbildung 9.2). Die Frage ist, ob die mobilisierten Partikel innerhalb der angrenzenden Schicht (Filter) kolmatieren.

In Kapitel 6.5 wurde der Zusammenhang zwischen Porenengstellendurchmesser und mittlerer Eindringtiefe hergeleitet. Für die Kolmation in der angrenzenden Filterschicht ist die Porenengstellenverteilung des Filters ( $PEV, F$ ) maßgebend. Aus Gleichung 6.10 kann berechnet werden, dass die Größe der gewichteten mittleren Porenräume in der Kontaktzone bei einem 80%-Quantil der  $PEV, F$  auf  $E(p = 0,8) = 15$  beschränkt ist. In diesem Fall kann eine geringe Penetrationstiefe der mobilisierten Partikel aus der suffosiven Schicht, mit einer Korngröße äquivalent dem 80%-Quantil der  $PEV, F$ , erwartet werden. Wird demzufolge gefordert, dass die mobilisierten Kornfraktionen aus der suffosiven Schicht der Ungleichung 9.3 genügen, kann davon ausgegangen werden, dass die Strukturveränderungen innerhalb des Untersuchungsgebietes makroskopisch lokal begrenzt bleiben. Für Partikel größer  $d_{80}^{PEV, F}$  nimmt die mittlere Eindringtiefe weiter ab. Demgegenüber nimmt die Eindringtiefe exponentiell zu für Korngrößen äquivalent einem p-Quantile mit  $p \rightarrow p_{crit}$ . Für diese Korngrößen ist erst nach sehr langen Wegen innerhalb des Filters eine Kolmation möglich. Unterschreitet das p-Quantil  $p_{crit}$ , dann ist keine Kolmation der mobilisierten Partikel aus der suffosiven Schicht mehr möglich, und die Suffosion bleibt nicht beschränkt. Das heißt, die Suffosion wird durch eine Kontaktsuffosion aufrechterhalten.

$$d_{mP,B} \geq d_{80}^{PEV, F} \quad (9.3)$$



Weitere Untersuchungen zur wahren Eindringtiefe innerhalb des angrenzenden Filters und der damit verbunden Mindestdicke der angrenzenden Filterschicht sollten Inhalt weiterer Forschungsaktivitäten sein. Dazu ist es erforderlich, die mittlere Größe der Poren in der Kontaktzone und die Porenabstände pro Einheitslänge beschreiben zu können. Abgesehen von Feinschichtungen weisen Homogenbereiche meist Mächtigkeit  $> 0,2$  m auf (Tabelle 7.4). Die Mobilität eines Partikels  $d_{mP,B} \geq d_{80}^{PEV,F}$  ist jedoch auf wenige Poren beschränkt, so dass davon ausgegangen werden kann, dass dieses Grenzkriterium eine sinnvolle Annahme ist.

## 9.4 Anwendungsbeispiel

Die in Kapitel 9.3.1 dargestellten Bedingungen zum kritischen Korndurchmesser und der maximalen Massenverluste werden in diesem Unterkapitel angewendet und das Vorgehen demonstriert. Als Anwendungsbeispiel wird ein allgemein anerkannter Versuch von Kenney und Lau [35] herangezogen.

Kenney und Lau [35] untersuchten Einzelproben mit 240 mm und 550 mm Durchmesser. Die Proben wurden mit  $10 \text{ kN/m}^2$  belastet und von oben nach unten durchströmt. Unter leichter Vibration der Versuchseinrichtung, die durch Schläge mit einem Gummihammer erzeugt wurden, wurde so lange durchströmt, bis sich ein Gleichgewicht einstellte. Das Gleichgewicht war dann erreicht, wenn kein weiterer Partikelaustrag zu beobachten war. Der untere Abschluss der Versuchszelle wurde durch einen groben Filter realisiert, so dass Kolmation ausgeschlossen werden konnte. Exemplarisch wird in diesem Anwendungsbeispiel der Erdstoff mit der Bezeichnung X nach Kenney und Lau [35] mit dem hier vorgestellten Ansatz der Perkolationstheorie analysiert und mit den Versuchsergebnissen von Kenney und Lau [35] verglichen. Bei dem Erdstoff X handelt es sich um einen sandigen Kies, der im Versuchsstand mit 550 mm Durchmesser und 470 mm Probenhöhe auf seine Suffosionsbeständigkeit hin untersucht wurde. Die charakteristischen Kenngrößen und die Ausgangskorngrößenverteilung sind in Tabelle 9.1 aufgeführt und in Abbildung 9.3 dargestellt.

Tabelle 9.1: Zusammenfassung der wesentlichen Parameter

Probenname	Bodenart	Schluff [Gew%]	Sand [Gew%]	Kies [Gew%]	$C_U$ [-]	$C_c$ [-]	n [-]
X	s'G (GI)	0	12,5	71,5	32,8	5,25	0,24

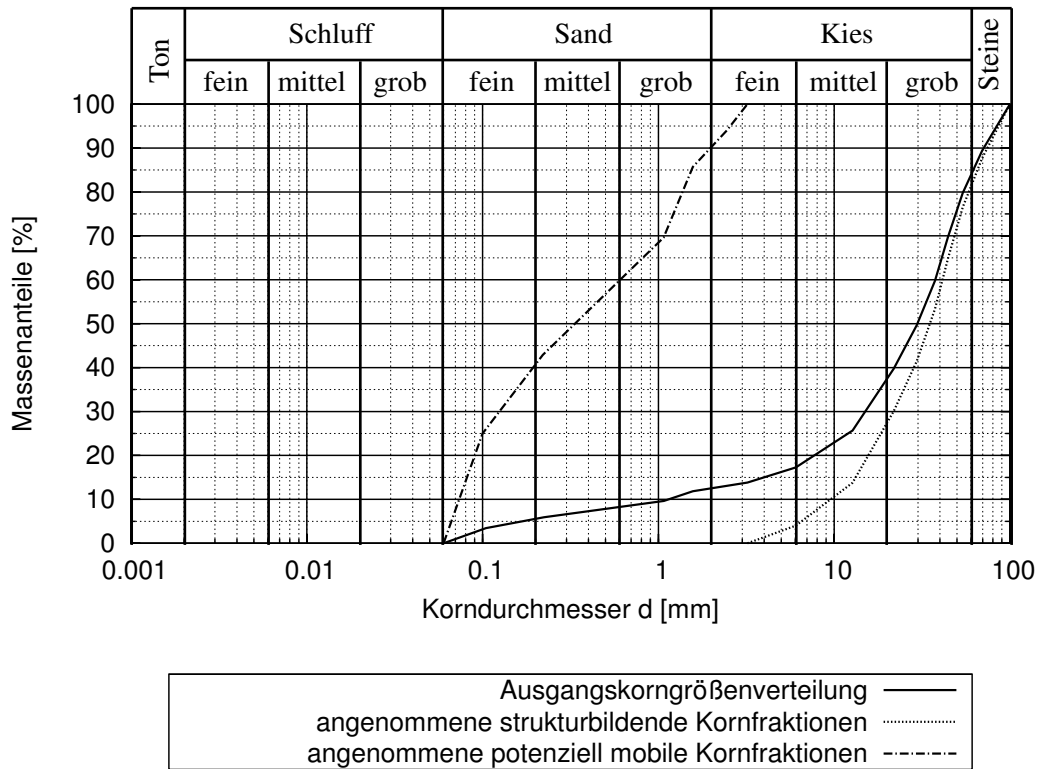


Abbildung 9.3: Ausgangskorngrößenverteilung und Auftrennung in potenziell mobile und strukturbildende Kornfraktionen

Analog der in Kapitel 9.3.1 beschriebenen Vorgehensweise wird die Ausgangskorngrößenverteilung in strukturbildende und potenziell mobile Kornfraktionen aufgetrennt. In diesem Anwendungsbeispiel erfolgt diese Auftrennung bei einem Trenndurchmesser von  $d = 3,2$  mm (Abbildung 9.3). Anschließend wird die Oberflächenverteilung der strukturbildenden Kornfraktionen ermittelt und mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 daraus die Porenengstellenverteilung für einen Porenanteil von  $n = 24$  % berechnet. Das Ergebnis dieser Berechnung ist in Abbildung 9.4 und Tabelle 9.2 wiedergegeben.

Mit dem Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit (Abbildung 6.3) ist es nun möglich, den kritischen Korndurchmesser und die geometrisch möglichen Massenverluste zu bestimmen. Der kritische Korndurchmesser  $d_{mP,G}$ , identisch dem 75%-Quantil der Porenengstellenverteilung, ergibt sich demnach zu  $d_{mP,G} = d_{75}^{PEV} = 2,45$  mm (Tabelle 9.2). Daraus folgt, dass alle Kornfraktionen kleiner dem Korndurchmesser  $d^{crit} = 2,45$  mm das Po-

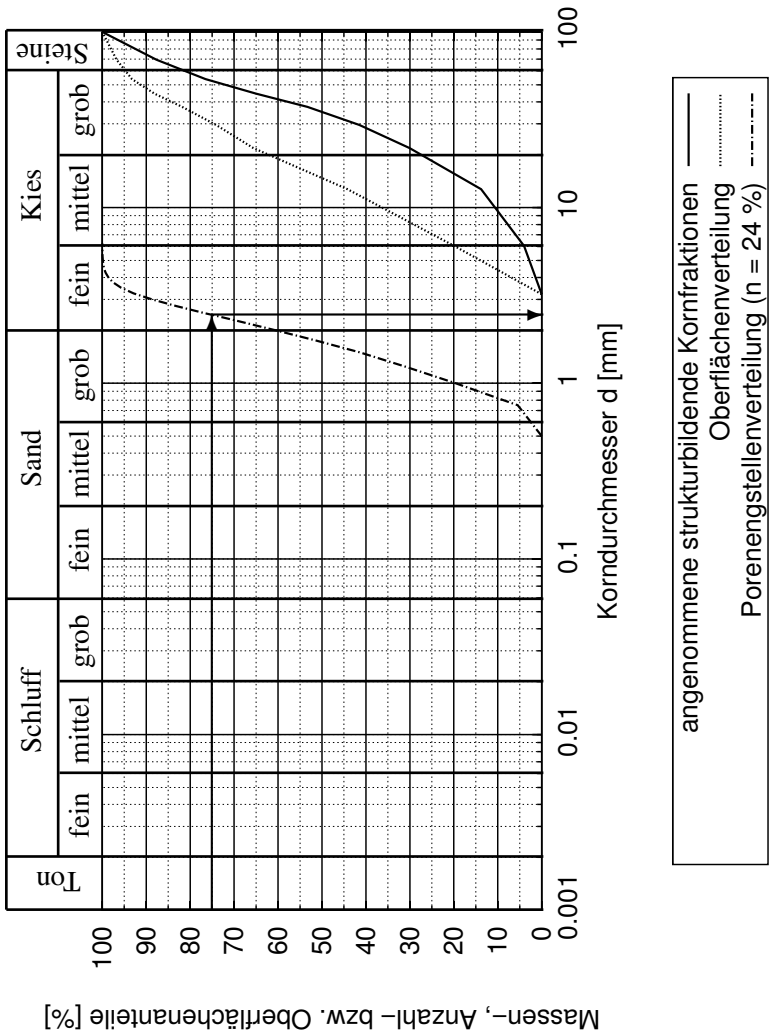


Abbildung 9.4: Porenstellenverteilung bei einem Trenndurchmesser von  $d = 3,2$  mm und einem Porenanteil von  $n = 0,24$

Tabelle 9.2: Porenengstellendurchmesser  $d^{PEV}$  für unterschiedliche Perzentile und zugehörige globale Mobilitätswahrscheinlichkeit

Trenndurchmesser	3,2 mm	
Porenanteil n [-]	0,24	
Perzentil [%]	d [mm]	globale Mobilitätswahrscheinlichkeit [%]
1	0,64	100
5	0,74	100
10	0,83	100
25	1,11	100
50	1,72	95
75	2,45	0
90	3,07	0
95	3,43	0
99	4,14	0

tenzial besitzen, entsprechend der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit, aus dem Erdstoffgefüge ausgespült zu werden. Werden die potenziellen Massenverluste bestimmt, wie sie sich nach dem Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit für unterschiedliche Perzentile der Porenengstellenverteilung ergeben, dann lässt sich ein oberer Grenzwert für den Massenverlust, bezogen auf die Ausgangsmasse, von 13 Gew% prognostizieren. Aus den prognostizierten maximal möglichen Massenverlusten für einzelne Kornfraktionen kann anschließend die Korngrößenverteilung nach innerer Suffosion berechnet werden. Diese ist in Abbildung 9.5 dargestellt.

Nach Abschluss der Versuche wurde der Erdstoff X von Kenney und Lau [35] in sieben Schichten aus der Prüfeinrichtung ausgebaut. Dabei wird im Folgenden die oberste Schicht mit 1 und die unterste Schicht mit 7 gekennzeichnet. Je Schicht wurde eine Korngrößenverteilung bestimmt. Der maximale Massenverlust wurde nach Kenney und Lau [35] zu 12 %, bezogen auf die Ausgangskorngrößenverteilung, bestimmt. Der Vergleich der berechneten Korngrößenverteilung nach Suffosion und der im Versuch ermittelten Korngrößenverteilungen pro ausgebauter Schicht werden in Abbildung 9.6 und Abbildung 9.7 gegenübergestellt. Es ist festzustellen, dass die obere und untere Grenzkorngrößenverteilung der Schichten 2, 3, 4, 6, 7 mit dem analytischen Ansatz gut erfasst werden kann. Der etwas höhere prognostizierte Massenverlust von 13 % gegenüber den 12 % im Versuch lässt sich damit erklären, dass zusätzliche Rückhalte-mechanismen wie z. B. Brückenbildung im analytischen Ansatz nicht berücksichtigt wurden. Die Fehlinterpretation der Massenverluste betrifft hierbei nur die unteren 5 Gew%.

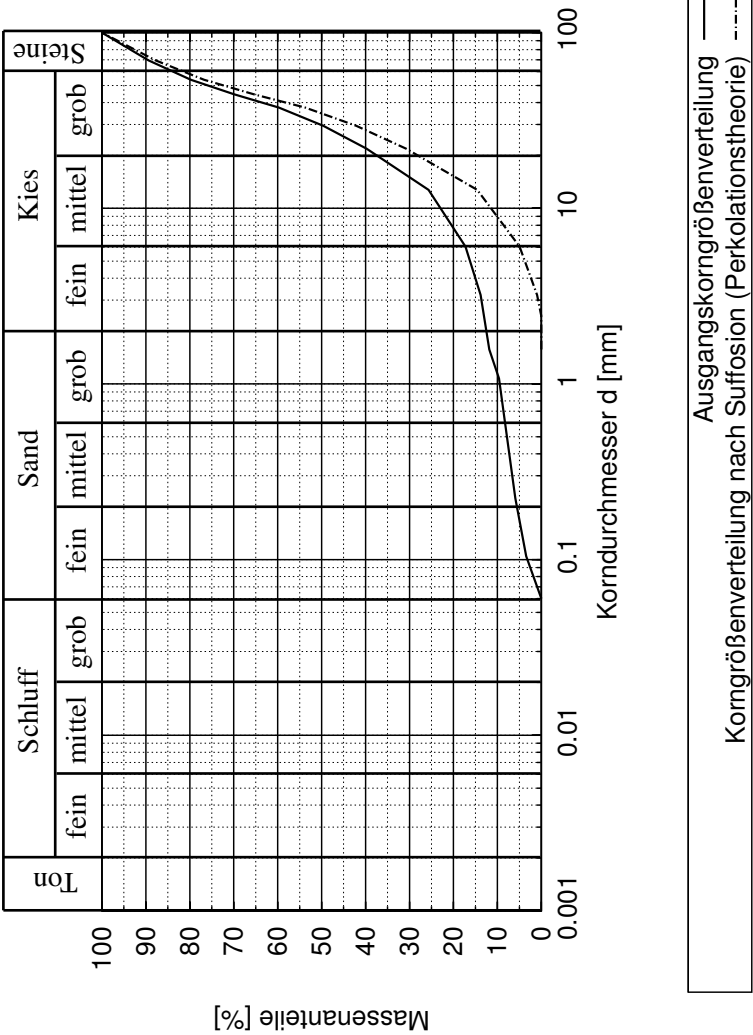


Abbildung 9.5: Ausgangskorngrößenverteilung und berechnete Korngrößenverteilung nach Suffosion aus Verlauf der globalen Mobilitätswahrscheinlichkeit

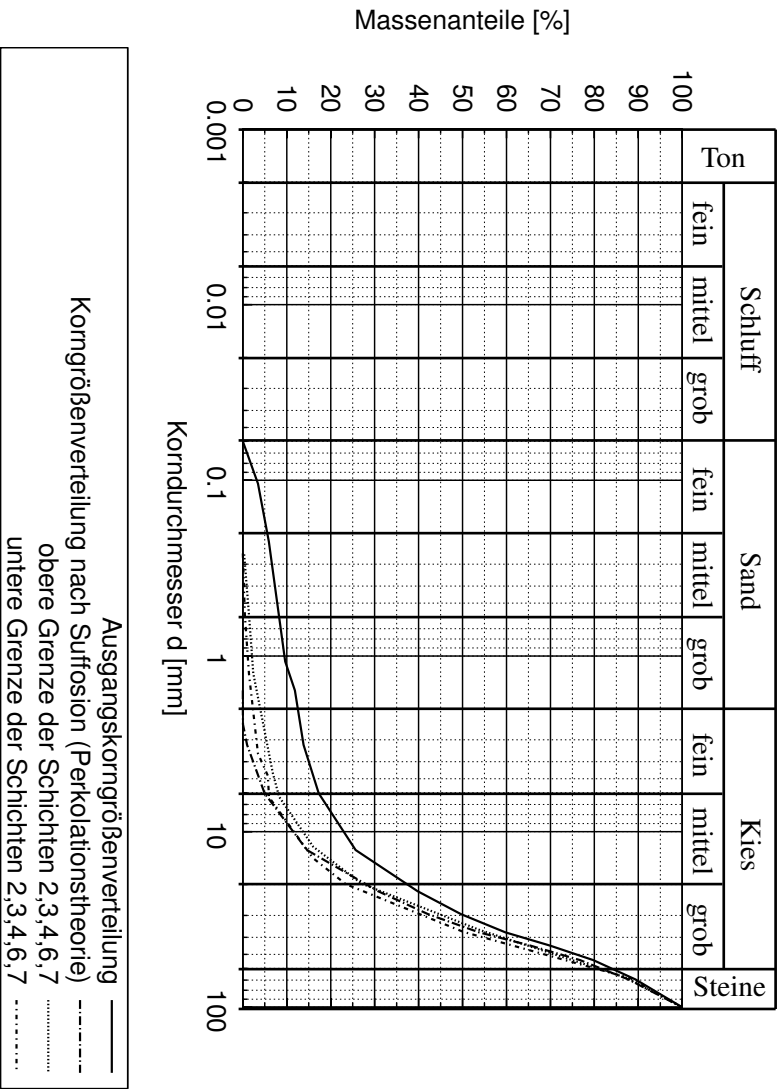


Abbildung 9.6: Korngroßenverteilungen bei schichtweisem Ausbau (Schicht 2,3,4,6,7) und durch Perkolation ermittelte Korngroßenverteilung nach Suffosion

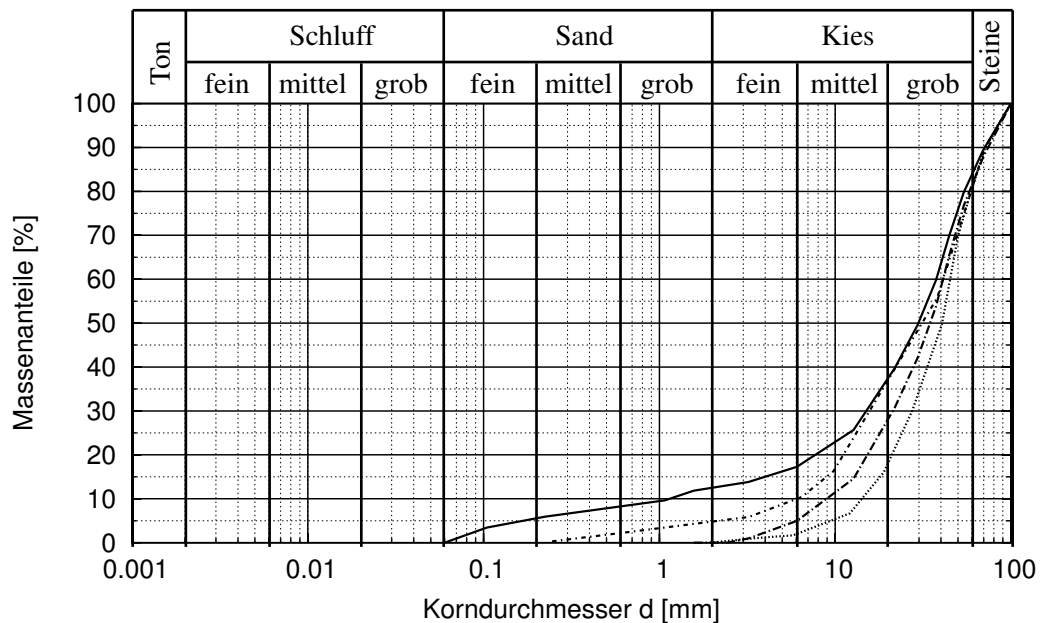


Abbildung 9.7: Korngrößenverteilungen bei schichtweisem Ausbau (Schicht 1 und 5) und durch Perkolation ermittelte Korngrößenverteilung nach Suffosion

Bei Schicht 1 handelt es sich um die oberste Schicht. Die etwas größeren Abweichungen der prognostizierten Korngrößenverteilung zu der ausgebauten kann dadurch erklärt werden, dass der Materialtransport in Schicht 1 durch Randeffekte beeinflusst ist. Lokale Strukturveränderungen von Schicht 1 in Schicht 2 sind möglich und verfälschen das Ergebnis hinsichtlich globaler Strukturveränderungen. Die Abweichungen hinsichtlich Schicht 5 lassen sich lediglich durch lokale Inhomogenitäten erklären, die sich während des Einbaus ergeben haben. Als Schlussfolgerung kann zusammengefasst werden, dass die Abweichungen der Ergebnisse aus dem Versuch und dem analytischen Ansatz vergleichsweise gering sind. Der maximale Massenverlust konnte mit einer Genauigkeit von 1 % vorausgesagt werden. Die prognostizierten Massenverluste liegen dabei auf der sicheren Seite.





---

## Kapitel 10

# Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der geometrischen Suffosionsbeständigkeit von Erdstoffen. Mit dem wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatz der Perkolationstheorie wurde ein analytisches Verfahren gewählt, mit dem suffosive Materialtransportprozesse modelliert und quantifiziert werden können. Mit dem verwendeten Perkulationsmodell wurde eine beliebige Porenstruktur eines realen Erdstoffes im 3-Dimensionalen modelliert. Mögliche Materialtransportprozesse innerhalb der modellierten Porenstruktur wurden anschließend simuliert. Allgemein gültige Gesetzmäßigkeiten wurden hergeleitet und Grenzbedingungen formuliert. Diese sind vom Erdstoff unabhängig und beschreiben Zusammenhänge zwischen Materialtransport und Porenstruktur. Anwendbar sind diese Ergebnisse auf homogene, isotrope und selbstähnliche Erdstoffgefüge. Aussagen über konkrete Erdstoffe können über die Transformationsmethode erfolgen. Für die Verwendung der Transformationsmethode ist vorab die relevante Porenstruktur, d. h. die Porenengstellenverteilung, zu ermitteln.

Die Bemessungspraxis zur Beurteilung der geometrischen Suffosionsbeständigkeit basiert auf empirischen Kriterien. Dies bedingt, dass die Kriterien Anwendungsgrenzen unterliegen, die vorrangig den Ungleichförmigkeitsgrad und die Zusammensetzung des Erdstoffs aus bestimmten Kornfraktionen und Anteilen betreffen. Fluvatile Sedimente wie auch technische Schüttungen von unsortierten gebrochenen Mineralgemischen überschreiten in ihren Eigenschaften in der Regel diese Anwendungsgrenzen. Das hat zur Ursache, dass die Aussagen zur Suffosionsbeständigkeit und die Realität weit auseinanderliegen können. So ergeben sich z. T. kritische suffosive Partikeldurchmesser, die um Größenordnungen neben den experimentell ermittelten liegen. Massenverluste oder lokale Strukturveränderungen können mit diesen Ansätzen nicht erfasst werden.

Die bestehenden Ansätze zur Beschreibung charakteristischer Größen der Porenstruktur wurden dargestellt und kritisch bewertet. Dabei ist zwischen 1-dimensionalen (1D), 2-dimensionalen (2D) und 3-dimensionalen (3D) Betrachtungen zu unterscheiden. Bisher wurden in den Kriterien zur Suffosionsbeständigkeit keine 3D-Porenstrukturen berücksichtigt. Es konnte gezeigt werden, dass die maßgebende Poren- und Gefügestruktur zur Beschreibung von Materialtransportprozessen aus 1D bzw. 2D-Strukturbetrachtungen sehr rudimentär sind und keine ausreichende Information liefern. Zielführende Ansätze einer 3D Poren- und Gefügestrukturanalyse werden derzeit im DFG-Forschungsprojekt „SUFFOS“ erarbeitet. Die Forschungsaktivitäten sind jedoch noch nicht abgeschlossen. Statistisch repräsentative Porenengstellenverteilungen unter Berücksichtigung beliebiger Lagerungsdichten im 3-Dimensionalen sind zurzeit nur mit dem Programm PorePathHTWK v1.0 der HTWK Leipzig möglich. Hierin werden 3D-Kugelpackungen generiert und anschließend die zugehörige Porenengstellenverteilung extrahiert. Der Vergleich einer experimentell ermittelten Porenengstellenverteilung mit Porenengstellenverteilungen, die sich numerisch mit diesem Programm ergaben, zeigt eine gute Übereinstimmung.

Für Erdstoffe, die zur Entmischung neigen, ist nur die Porenstruktur der strukturbildenden Kornfraktionen relevant und wird als quasi statisch angenommen. Die potenziell mobilen Kornfraktionen bewegen sich innerhalb dieser Porenstruktur. Ein analytischer Ansatz, der nur die quasi statische Porenstruktur erfasst und die Ausgangsporenstruktur der mobilen Kornfraktionen ignoriert, ist bisher noch nicht verfügbar und Ziel weiterer Forschung des DFG-Forschungsprojektes „SUFFOS“. Zum jetzigen Zeitpunkt ist es nur möglich, die gesamte Porenstruktur eines modellierten Gefüges zu extrahieren. Die Bestimmung der maßgebenden Porenstruktur erfordert somit eine Annahme hinsichtlich des Trenndurchmessers einer Korngrößenverteilung, der das gesamte Erdstoffgefüge in mobile und strukturbildende Kornfraktionen auftrennt. Dies kann bisher nur über das Probierversfahren erfolgen. Anhaltspunkte zur Wahl des Trenndurchmessers wurden in Kapitel 8 vorgestellt. Darüber hinaus konnte nachgewiesen werden, dass alle erosiven Prozesse auf eine Filtrationsproblematik zurückgeführt werden können. Die Unterschiede bestehen in der zu betrachtenden Porenstruktur und den zu betrachtenden potenziell mobilen Kornfraktionen (Kapitel 4.2).

Die Beschreibung von Materialtransportprozessen innerhalb der relevanten Porenstruktur ist mit den hergeleiteten maßstabsunabhängigen und allgemein gültigen Gesetzmäßigkeiten aus der Perkolationstheorie und der daraus abgeleiteten Grenzbedingungen gegeben. Lokale und globale Strukturveränderungen innerhalb eines suffosiven Erdstoffes sowie in Kontaktzonen zwischen zwei Schichten können abgebildet und quantifiziert werden. Die Qualität der Ergebnisse mit der Perkolationstheorie wurde mit Laborversuchen bestätigt. Der Vergleich zwischen prognostizierten Parametern und den Laborergebnissen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung.

Der analytische Ansatz mit der Perkolationstheorie bezieht sich auf homogene, isotrope und selbstähnliche Porenstrukturen. Lokale Inhomogenitäten aus Entmischung sowie der Einfluss systematischer Inhomogenitäten wie Schichtung oder Linsen können bisher nicht quantifiziert werden. Ebenso ist eine Änderung der Porenstruktur infolge von Materialtransport- und Rückhaltephänomenen noch nicht vollständig erfassbar. Die Beschreibung der Variation von Bodenparametern, die die Ausgangsporenstruktur eines Erdstoffes charakterisieren, ist eine spezielle Herausforderung. In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass im Gegensatz zur Homogenität des Erdstoffgefüges die Lagerungsdichte relativ einfach stochastisch beurteilt werden kann. Die Autokorrelationslängen und Variationskoeffizienten von charakteristischen Korndurchmessern der Korngrößenverteilung wie z. B.  $d_{50}$  streuen bei natürlichen Sedimenten sehr stark. Eine Beurteilung der Suffosionsbeständigkeit innerhalb eines Untersuchungsgebietes erfordert demnach weitere geostatistische Untersuchungen hinsichtlich der lokalen und globalen Homogenität des betrachteten Untersuchungsgebietes.

Mit der vorliegenden Arbeit konnte aufgezeigt werden, dass es mit der Perkolationstheorie möglich ist, auf empirische Ansätze zu verzichten, die in ihrer Anwendung auf bestimmte Böden bzw. Ungleichförmigkeitsgrade beschränkt sind. Zur Modellierung komplexer und ungeordneter Systeme ist die Perkolationstheorie eine angemessene Methode. Die Ergebnisse haben dabei ein Minimum an statistischen Abhängigkeiten.

Gleichwohl ergeben sich einige Gesichtspunkte und Perspektiven. Details über die Poren- und Gefügestruktur weitgestufter Böden sind weitestgehend unbekannt. Diese sind jedoch für die Beschreibung suffosiver Prozesse maßgebend. Unterschiedlichste Fragestellungen sind dabei noch offen. So ist es bisher nicht möglich, analytisch zu beschreiben, welche Kornfraktionen als strukturbildend oder mobil zu bezeichnen sind. Dies bedarf zurzeit einer sinnvollen Annahme.

Dynamische Veränderungen der Gefügestruktur durch mechanische oder hydrodynamische Prozesse wurden bisher nicht in Betracht gezogen. Es ist jedoch anschaulich, dass sich die Porenstruktur bei dynamischen Prozessen durch Kornumlagerung stetig verändert.

Die reale Größe lokal begrenzter Porenräume ist zur Zeit nicht quantifizierbar, sondern lediglich über die Anzahl an Poren definierbar. Dies erfordert eine Information über die Größe und Anzahl von Poren in einem Einheitsvolumen. Dies betrifft lokale Strukturveränderungen innerhalb eines Erdstoffes und die Erfassung von Eindringtiefen in einen Filter.

Die Ermittlung einer Porenengstellenverteilung stellt bisher einen hohen Aufwand dar. Wünschenswert wäre, einen korrelativen Zusammenhang zwischen indirekten Parametern und der Porenengstellenverteilung zu ermitteln. Die in dieser Arbeit berechneten Engstellenverteilungen zeigen einen korrelativen Zusammenhang zur Anzahlverteilung, der nicht weiter ausgeführt wurde. Eine abschließende Klärung dieses Zusammenhanges war aus zeitlichen Gründen nicht mehr realisierbar. Es hat sich jedoch gezeigt, dass die Anzahlverteilung bis etwa zum

85%-Quantil nahezu parallel zur Engstellenverteilung verläuft. Das Abstandsverhältnis ergab sich hierbei zu  $c = 3,0$  bzw.  $c = 4,5$  (vgl. Gleichung 2.23). Dieser Zusammenhang könnte weiter untersucht werden.

Darüber hinaus können, aufbauend auf dieser Arbeit und der darin vorgestellten Perkolationstheorie, weitere erosive Prozesse untersucht und neue Gesetzmäßigkeiten hierfür abgeleitet werden. Durch die Simulation von Strömungsbedingungen und die Ermittlung der daraus resultierenden Beanspruchungen auf potenziell mobile Kornfraktionen innerhalb des tragenden Kornskeletts sind auch neue hydraulische Kriterien bzw. eine Quantifizierung zusätzlicher Rückhaltemechanismen wie z. B. Brückenbildung denkbar. Eine Anpassung auf andere Fragestellungen, wie z. B. die Beschreibung ungesättigter Strömungsbedingungen oder Stofftransportprozesse, wäre ebenfalls möglich.

---

# Kapitel 11

## Summary

This thesis presents a new approach to analyse the geometrical suffusion stability of soils. With the percolation theory an analytical method is used which takes a 3D pore structure into account. This theory is a branch of the probability theory dealing with properties of random media. Characteristic parameters of the pore structure in 3D can be denoted. Possible granular structural change of arbitrary soils can be simulated and quantified. Self similarity as well as isotropic and homogeneous conditions are therefore assumed. General mathematical interrelationships and limiting conditions of granular structural change were derived. These interrelationships and limiting conditions are regardless of the individual soil properties, they describe the relationship between potential movement of fines and the related pore structure. This requires that in advance the relevant pore structure has to be calculated as input parameter. The constriction size distribution of the quasi static granular structure controls the transport and clogging of the fines.

The current practice is to assess the vulnerability to suffusion based on empirical criteria. The evaluation of the different approaches shows that in general they are limited concerning the factors of uniformity and gradation. For typical fluvial sediments as well as for fill or embankments the applicability is limited. Furthermore the empirical criteria do not distinguish between hydraulic and geometrical influences of particle transport. All aspects of transport and clogging phenomena are combined. Soils with slightly cohesive character can not be analyzed with common criteria, because the size of the eroded aggregates are unknown. As a consequence the calculated results and reality are often not comparable. Another disadvantage is that the vulnerability to suffusion can only be estimated for largest suffusive particle diameter. Loss of fines or local granular structural change can not be quantified.

The modeling of realistic lattices and the simulation of transport processes with the percolation theory require that the constriction size distribution of the quasi static granular structure be defined. The current approaches to describe characteristic parameters of the pore structure were evaluated and summarized, and 1D, 2D and 3D mathematical models were discussed. Hitherto existing suffusion criteria do not consider 3D pore network models. The evaluation shows that the 1D and 2D pore network models are rudimentary and not sufficiently well defined. The concept of 3D pore and granular structure modeling of the German research group SUFFOS, supported by the German Research Foundation (DFG), is promising. Unfortunately the research activities of the SUFFOS group are not completed yet. Statistical representative constriction size distributions in 3D can be analyzed with the computer program PorePath-HTWK v1.0 (HTWK Leipzig) irrespective of the density. This computer program developed by a partner of the research group SUFFOS models the granular structure as spherical particles and consequent the constriction sizes can be determined. The recalculation of the constriction size distribution determined experimentally by Witt [94] shows that the accuracy of fit is sufficiently precise.

The pore structure of the quasi static granular structure is relevant for soils prone to separate. The potential mobile fines embedded in the pores of the quasi static granular structure can be transported inside the relevant pore structure if the hydrodynamic conditions are adverse. An analytical method to separate the grain size distribution into the quasi static granular structure and the potential mobile fractions is not available. This issue is part of further research done by the research group SUFFOS. The determination of the quasi static granular structure needs an assumption, which can be only done by try and error. Methods to separate by approximation are the content of chapter 8. Furthermore it could be demonstrated in chapter 4.2 that all erosion phenomena can be reduced to a filtration problem. The question is which fraction of the fines are potential mobile.

Simulations of the rearrangement and transportation of particles inside the relevant 3D pore structure of the quasi static granular structure were presented in this thesis. General mathematical interrelationships and limiting conditions were derived. Local and global transport processes in suffusive soils as well as contact erosion phenomena can be quantified and analyzed. The analytical results were verified with laboratory studies. The comparison of the experimental and analytical results shows conservative analytical results with good agreement of the data.

The analytical approach with the percolation theory applies to soils which are macroscopic homogeneous, isotropic and self-similar. Local inhomogeneities as reason of separation as well as geogenic inhomogeneities like layering and lenses can not be considered. Dynamic change of the pore structure as a consequence of rearrangement and transportation of particles cannot be quantified with the presented approach. The variability of characteristic parameters of specific soils is a special challenge. In the presented thesis it could be demonstrated that the

variation of the density is very simple to describe stochastically compare to the homogeneity. The correlation distance and the coefficient of variation for characteristic values of the grain size distribution like  $d_{50}$  spread in large ranges in natural soils. The assessment if suffusion in an project area is only local limited needs therefore further geostatistical analysis concerning local and global homogeneities.

With the presented thesis it could be demonstrated that local and global mobility of fines inside a granular structure can be quantified analytically with the percolation theory. The derived interrelationships and limiting conditions are irrespective of the soil and not limited to the factor of uniformity and density. To analyse disordered and complex systems the percolation theory is one of the most simple modeling methods. The results have a minimum of statistical dependencies.

Nevertheless there are perspectives and aspects which should be analyzed further. The granular structure and the pore structure of well or intermediate graded soils are still not understood in the sufficient depth. However, knowledge of the structure is a precondition of describing internal erosion phenomena like the suffusion. As an example, an analytical method to separate the grain size distribution into the potential mobile fractions and the quasi static granular structure is not available.

Dynamic pore and granular structural change induced by mechanical or hydrodynamic load is not considered in the approach until now. However, it is obvious that the structure will change continuously by rearrangement and transportation of particles.

There are no analytical approaches available to determine the volume and the dimensions of locally limited voids in the soil structure in which particle transport can occur. With the percolation theory the number of pores inside a locally limited void can be quantified. Information about the size of pores and the number of pores in a unit volume are required for transformation into criteria. This includes optimized statements about the penetration depth into a filter and local structural change.

The determination of the constriction size distribution (CSD) is time-consuming. It would be desirable to determine the CSD with indirect parameters. The calculated CSDs with the computer program PorePathHTWK v1.0 show a correlation to the quantity distribution. A clarification of this relationship was not finalized, because of time issues. However, it could be derived that the quantity distribution and the CSD are parallel shifted between the 0 and 85 percentile. A distance factor of  $c = 3.0$  respectively  $c = 4.5$  in dependency of factor of uniformity could be detected. This correlation could be analyzed in future research.

In addition to this thesis and the presented solutions with the percolation theory other erosion phenomena can be analyzed similarly. New mathematical interrelationships and limiting conditions can be derived therefore. The implementation of hydrodynamic conditions inside the pore network of the percolation model can lead to new hydraulic criteria. An algorithm optimization of the used percolation model which considers effects like bridging and particle-particle interaction would be desirable.



---

# Literaturverzeichnis

- [1] ÅBERG: Washout of grains from filtered sand and gravel materials. In: *Journal of Geotechnical Engineering* 119 (1993), Nr. 1, S. 36–53
- [2] AL-KHARUSI, A. S. ; BLUNT, M. J.: Network extraction from sandstone and carbonate pore space images. In: *Journal of Petroleum Science and Engineering* 56 (2007), Nr. 4, S. 219–231
- [3] AL-RAOUSH, R. I.: *Extraction of Physically-Realistic Pore Network Properties From Three-Dimensional Synchrotron Microtomography Images of Unconsolidated Porous Media*, Graduate Faculty of the Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, Diss., 2002
- [4] ALBER, D. ; REITMEIER, W. : *Beschreibung der räumlichen Streuung von Bodenkennwerten mit Hilfe der Zeitreihenanalyse*. Bd. 7. Lehrstuhl und Prüfamnt für Grundbau, Boden- und Felsmechanik der TU München, 1986
- [5] ASTE, T. ; WEAIRE, D. : *The Pursuit of Perfect Packing*. London : IOP Publishing Ltd, 2000
- [6] BACHMANN, H. ; RACKWITZ, R. ; SCHUËLLER, G. I. ; MEHLHORN, G. (Hrsg.): *Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen*. Ernst & Sohn, 1996 (Der Ingenieurbau - Grundwissen)
- [7] BASTARDIE, F. ; CAPOWIEZ, Y. ; CLUZEAU, D. : 3D characterisation of earthworm burrow systems in natural soil cores collected from a 12-year-old pasture. In: *Applied Soil Ecology* 30 (2005), Nr. 1, S. 34–46
- [8] BAW: *Bodengutachten für die Dammnachsorgeuntersuchungen der rechten Rheinseitentämme*. Jul. 2006. – Bodengutachten

- [9] BERKOWITZ, B. ; EWING, R. P.: Percolation theory and network modeling applications in soil physics. In: *Surveys in Geophysics* 19 (1998), S. 23–72. – Kluwer Academic Publishers
- [10] BURENKOVA, V. V.: Assessment of Suffosion in Non-Cohesive and Graded Soils. In: BRAUNS, J. (Hrsg.) ; SCHULER, U. (Hrsg.) ; HEIBAUM, M. (Hrsg.): *Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering on the First International Conference Geo-Filters, Karlsruhe, 20.-22. Oktober*. Rotterdam : Balkema, 1992, S. 357–367
- [11] BUSCH, K.-F. ; LUCKNER, L. ; TIEMER, K. : *Geohydraulik: Lehrbuch der Hydrologie*. 3. Ferdinand Enke Verlag
- [12] CHAPUIS, R. P.: Similarity of Internal Stability Criteria for Granular Soils. In: *Canadian Geotechnical Journal* 29 (1992), S. 711–713
- [13] CHERUBINI, C. : Data and Consideration on the Variability of Geotechnical Properties of Soil. In: *Advances in Safety and Reliability, Proc. ESREL 97* Bd. 2, 1997
- [14] DATHE, A. ; EINS, S. ; NIEMEYER, J. ; GEROLD, G. : The surface fractal dimension of the soil-pore interface as measured by image analysis. In: *Geoderma* 103 (2001), Nr. 1-2, S. 203–229
- [15] DE MELLO, V. F. B.: Some lessons from unexpected, real and fictitious problems in earth dam engineering in Brazil. In: ROBERTSON, A. M. G. (Hrsg.) ; CALDWELL, J. A. (Hrsg.): *Proc. 6th Regional Conf. for Africa on Soil Mechanics and Foundation Engineering* Bd. 2, 1975, S. 285–304
- [16] DELERUE, J.-F. ; PERRIER, E. : DXSoil, a library for 3D image analysis in soil science. In: *Computers & Geosciences* 28 (2002), Nr. 9, S. 1041–1050
- [17] DIN 18123: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben - Bestimmung der Korngrößenverteilung*. Nov. 1996
- [18] DIN 18126: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben - Bestimmung der Dichte nichtbindiger Böden bei lockerster und dichtester Lagerung*. Nov. 1996
- [19] DULLIEN, F. A. L.: *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*. 2. San Diego : Academic Press, 1992
- [20] ENGLERT, A. u. a.: Transport von gelösten Stoffen im Grundwasser – Untersuchungen am Testfeld Krauthausen. In: *Grundwasser* 3 (2000)

- [21] FERRAND, L. A. ; CELIA, M. A. ; SOLL, W. E.: Percolation-based models for pore-to-lab scale calculations in multifluid porous media. In: CUSHMAN, J. H. (Hrsg.): *Dynamics of Fluids in Hierarchical Porous Media*. San Diego : Academic Press, 1990, S. 463–483
- [22] FRIEDMAN, S. P. ; SEATON, N. A.: Critical path analysis of the relationship between permeability and electrical conductivity of three-dimensional pore networks. In: *Water Resources Research* 34 (1998), Jul., Nr. 7, S. 1703–1710
- [23] GLANTZ, R. : *Porennetzwerke von Erdstoff-Filtern mathematisch-morphologische Beschreibung kernspintomographischer Aufnahmen*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1997
- [24] GLANTZ, R. ; SCHULER, U. : Pore networks of granular filters. In: *Geofilters* (1996), S. 75–84
- [25] GRIFFITH, D. V. ; FENTON, G. A.: *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. Springer, 2007. – ISBN 9783211733653
- [26] GRIMMET, G. : *Percolation*. 2. Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1999
- [27] GUDEHUS, G. : Sicherheitsnachweise für Grundbauwerke. In: *Geotechnik* 10 (1987), Nr. 1, S. 4–34
- [28] HAMMERSLEY, J. M. ; BROADBENT, S. : Percolation processes. In: *I. Crystals and Mazes* Bd. 53, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1957, S. 629–641
- [29] HANISCH, J. ; KATZENBACH, R. ; KÖNIG, G. : *Kombinierte Pfahl-Plattengründungen*. Ernst & Sohn, 2002. – ISBN 3–433–01606–2
- [30] HOMBERG, U. ; BINNER, R. ; PROHASKA, S. ; DERCKSEN, V. J. ; KUSS, A. ; KALBE, U. : Determining Geometric Grain Structure from X-Ray Micro-Tomograms of Graded Soil. In: WITT, K. J. (Hrsg.): *Workshop Internal Erosion* Bd. 21, Verlag der Bauhaus-Universität Weimar, 2009 (Schriftenreihe Geotechnik)
- [31] HOSHEN, J. ; KOPELMAN, R. : Percolation and cluster distribution. I. Cluster multiple labeling technique and critical concentration algorithm. In: *Phys. Rev. B* 14 (1976), Oct, Nr. 8, S. 3438–3445. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.14.3438>. – DOI 10.1103/PhysRevB.14.3438
- [32] HUMES, C. : A new approach to compute the void size distribution curves of protective filters. In: LAFLEUR, J. (Hrsg.) ; ROLLIN, A. L. (Hrsg.): *GeoFilters '96*. Montréal, Canada : Bitech Publishers LTD., 1996. – ISBN 2–553–00561–X, S. 57–66

- [33] HUNT, A. G.: *Percolation Theory for Flow in Porous Media*. Berlin : Springer, 2005
- [34] ISTOMINA, V. S.: *Fil'tracionnaja ustojčivost' gruntov*, Gos. izdat. lit. po stroit. i archit., Diss., 1957
- [35] KENNEY, T. C. ; LAU, D. : Internal Stability of Granular Filters. In: *Canadian Geotechnical Journal* 22 (1985), S. 215–225
- [36] KENNEY, T. C. ; LAU, D. : Internal Stability of Granular Filters: Reply. In: *Canadian Geotechnical Journal* 23 (1986), S. 420–423
- [37] KENNEY, T. ; CHAHAL, R. ; ET AL.: Controlling constriction sizes of granular filters. In: *Canadian Geotechnical Journal* 22 (1985), Nr. 1, S. 32–43
- [38] KÉZDI, À. : Increase of protective capacity of flood control dikes / Department of Geotechnics, Technical University of Budapest. 1969 (1). – Forschungsbericht
- [39] KHILAR, K. ; SCOTT FOGLER, H. : *Migrations of Fines in Porous Media*. Bd. 12. Kluwer Academic Publishers, 1998
- [40] KNUTH, D. E.: *The Art of Computer Programming: Seminumerical Algorithms*. Bd. 2. 3. Addison-Wesley, 1997. – ISBN 0–201–89684–2
- [41] KURUMISAWA, K. ; TANAKA, K. : Three-dimensional visualization of pore structure in hardened cement paste by the gallium intrusion technique. In: *Cement and Concrete Research* 36 (2006), Nr. 2, S. 330–336
- [42] LAFLEUR, J. ; MLYNAREK, J. ; ROLLIN, A. L.: Filtration of broadly graded cohesionless soils. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 115 (1989), Dez., Nr. 12, S. 1747–1768
- [43] LEMCKE, W. : *Geometrische Grenzbedingungen für die örtliche Verformungsbeständigkeit nichtbindiger Lockergesteine gegenüber Wirkungen des Sickerwassers*, Technische Universität Dresden, Diplomarbeit, 1967
- [44] LEUSSINK, H. ; VISWESWARAIYA, T. G. ; BRENDLIN, H. : Beitrag zur Kenntnis der bodenphysikalischen Eigenschaften von Mischböden / Universität Karlsruhe. 1964. – Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik. – Heft 15
- [45] LI, M. ; FANNIN, R. J.: A comparison of two criteria for internal instability of granular soils. In: *Canadian Geotechnical Journal* 45 (2008), S. 1303–1309
- [46] LOCKE, M. ; INDRARATNA, B. ; ADIKARI, G. : Time-Dependent Particle Transport through Granular Filters. In: *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 127 (2001), Nr. 6, S. 521–529

- [47] LÖRINCZ, J. : On particle migration with the help of grading entropy. In: BRAUNS, J. (Hrsg.) ; SCHULER, U. (Hrsg.) ; HEIBAUM, M. (Hrsg.): *Filters in geotechnical and hydraulic engineering on the first international conference Geo- Filters, Karlsruhe, 20.–22. Oktober*. Rotterdam : Balkema, 1992, S. 63–66
- [48] LÖRINCZ, J. ; TARNAI, T. ; TRANG, P. Q. ; TALATA, I. ; TELEKES, G. ; IMRE, E. ; SCHEUERMANN, A. ; SEMAR, O. ; WITT, K. J.: The characterization of the grains and the pores, applications. In: *12th International Conference of IACMAG*, 2008, S. 976–983
- [49] LUBOČKOV, E. A.: Nesuffozionnye nesvjaznye grunty / Izv. VNIIG. Leningrad, 1962 (71). – Forschungsbericht
- [50] LUBOČKOV, E. A.: Grafičeskie i analitičeskij sposoby opredelenija suffozionnyh svojstv nesvjaznyh gruntov / Izv. VNIIG. Leningrad, 1965 (78). – Forschungsbericht. – 255–281 S.
- [51] LUBOČKOV, E. A.: Calculation of the piping properties of cohesionless soils with the use of a nonpiping analog. 2 (1968), März, Nr. 3, S. 233–237. – Übersetzt ins Englische aus Gidrotechničeskoe stroitel'stvo
- [52] LUBOČKOV, E. A.: The Calculation of Suffosion Properties of Non-Cohesive Soils when using the Non-Suffosion Analogue (russisch). In: *International Conference on Hydraulic Research*. Brno, Czechoslovakia, 1969, S. 135–148
- [53] LUMB, P. : The variability of natural soils. In: *Canadian Geotechnical Journal* 3 (1966), Nr. 2, S. 74–97
- [54] MEHLHORN, T. ; PROHASKA, S. ; HOMBERG, U. ; SLOWIK, V. : Modelling and analysis of particle and pore structures in soils. In: WITT, K. J. (Hrsg.): *Workshop Internal Erosion* Bd. 21, Verlag der Bauhaus-Universität Weimar, 2009 (Schriftenreihe Geotechnik)
- [55] MILLIGAN, V. : Internal stability of granular filters: Discussion. In: *Canadian Geotechnical Journal* 23 (1986), S. 414–418
- [56] MSD: Merkblatt: Standsicherheit von Dämmen an Bundeswasserstraßen / Bundesanstalt für Wasserbau. 2005. – Forschungsbericht
- [57] MUCKENTHALER, P. : *Hydraulische Sicherheit von Staudämmen*, TU München, Diss., 1989. – Bericht Nr. 61
- [58] P-92-80: Instrukcija po proektirovaniju obratnyh fil'trov gidroehničeskikh sooruzenij. 1981. – Forschungsbericht. – VSN-02-65

- [59] PATRAŠEV, A. N.: Motedika podbora granulometričeskogo sostava obratnykh fil'trov / Sbornik trudov Lengiproročtransa. 1957. – Forschungsbericht
- [60] PAVČIČ, M. : *Sposob opredelenija nesuffozionnykh granulometričeskikh sostavov grunta*. 1961
- [61] PEINTINGER, B. ; RACKWITZ, R. : Numerical Uncertainty Analysis of Slopes / Laboratorium für den konstruktiven Ing.-Bau TU München,. 1980 (52). – Forschungsbericht. – SFB 96
- [62] PETERNELL, M. : Geometric Properties of Bisector Surfaces, 2000, S. 202–236
- [63] PLEHM, E. : Erdstoffe als Dichtungsmaterial im Wasserbau. In: JOHNSEN, R. (Hrsg.) ; BLAU, E. (Hrsg.) ; GIESE, E. (Hrsg.): *Ergebnisse wasserbaulicher Großmodellversuche*. Berlin : Akademie- Verlag, 1959, S. 23–48
- [64] PRESS, W. H. ; VETTERLING, W. T. ; TEUKOLSKY, S. A. ; FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes in C++: The Art of Scientific Computing*. 2. Cambridge University Press, 2002
- [65] REBOUL, N. : *Transport de particules dans les milieux granulaires. Application à l'érosion interne*, L'École Centrale de Lyon, Diss., Nov. 2008
- [66] REBOUL, N. ; VINCENS, E. ; CAMBOU, B. : Constriction size distributions for three typical granular materials: a uniform, a broadly-graded and a gap-graded material, 2008, S. 132–141
- [67] SAHIMI, M. : *Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock*. Weinheim : VCH, 1995
- [68] SAUCKE, U. : Nachweis der Sicherheit gegen innere Erosion für körnige Erdstoffe. In: *Geotechnik* (2006), S. 43.–53.
- [69] SCHAEF, H.-J. : Örtliche Standsicherheit (Suffusion und Erosion) bei Sickerwasserströmungen. Erläuterungen zum bodenmechanischen Arbeitsblatt 4.4 der ehemaligen Obersten Bergbehörde Leipzig / TU Bergakademie Freiberg. 1995. – Forschungsbericht. – Veröffentlichungen des Instituts für Geotechnik
- [70] SCHULER, U. : *Bemessung von Erdstofffiltern unter besonderer Berücksichtigung der Parameterstreuung*, Universität Karlsruhe, Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, 1997. – Heft 143
- [71] SCHULTZE, E. ; POTTHARST, R. : Versagenswahrscheinlichkeit und Sicherheit von Flachgründungen als Grundlage für Bauvorschriften / Aachen, Pfungstadt, Institut für Bautechnik. 1981. – Forschungsbericht. – Schlußbericht 3. Teil

- [72] SCHULZE, B. : *Injektionssohlen-Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit.*, Universität Karlsruhe, Diss., 1992. – Heft 126
- [73] SCHULZE, B. : Neuere Untersuchungen über die Injizierbarkeit von Feinstbindemittelsuspensionen. In: *Proc. Grouting in Rock and Concrete*, A. A. Balkema Rotterdam, 1993, S. 107–116
- [74] SELYAKOV, V. I. ; KADET, V. V.: *Percolation Models for Transport in Porous Media. With Application to Reservoir Engineering.* Kluwer Academic Publishers, 1996
- [75] SEMAR, O. ; WITT, K. J.: Internal Erosion - State of the Art and an Approach with Percolation Theory. In: *3th Int. Conf. on Scour and Erosion.* Amsterdam, 2006
- [76] SEMAR, O. ; WITT, K. J.: Modelling of suffusion processes with simulation in an uncorrelated bond-percolation model. In: *Annual Meeting, European Working Group on Internal Erosion in Embankment Dams*, 2008, S. 11
- [77] SEMAR, O. ; WITT, K. J.: Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Suffosion. In: HERLE, I. (Hrsg.) ; Technische Universität Dresden, Institut für Geotechnik (Veranst.): *Ohde Kolloquium 2009. Aktuelle Themen in Bodenmechanik und Grundbau* Technische Universität Dresden, Institut für Geotechnik, 2009 (Mitteilungen Heft 16), S. 67–79
- [78] SEMAR, O. ; WITT, K. J.: Percolation Theory – Phenomenological Approach to Describe Erosion Processes –. In: J., W. K. (Hrsg.): *Workshop Internal Erosion* Bd. 21, Verlag der Bauhaus-Universität Weimar, 2009 (Schriftenreihe Geotechnik)
- [79] SEMAR, O. : *Erdstatistischer Nachweis für das Oberbecken eines Pumpspeicherkraftwerkes gemäß E DIN 19700 (2001)*, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, Aug. 2003
- [80] SHERARD, J. L.: Sinkholes in dams of coarse, broadly graded soils. In: *Transactions, 13th Congress on Large Dams* Bd. 2, 1979, S. 25–35
- [81] SHERHARD, J. L. ; DUNNINGAN, L. : Internal stability of granular filters: Discussion. In: *Canadian Geotechnical Journal* 23 (1986), S. 418–420
- [82] SICHARDT, W. : Kies- und Sandfilter im Grund- und Wasserbau. In: *Die Bautechnik* 29 (1952), Nr. Heft 3/4
- [83] SILVEIRA, A. ; DE LORENO PEIXOTO JR., T. ; NOGUEIRA, J. : On void-size distribution of granular materials. In: *Proc. of the 5th panamerica conference on soil mechanics and foundation engineering* Bd. 3, 1975, S. 161–176

- [84] SILVEIRA, A. F.: An Analysis of the Problem of Washing Through in Protective Filters. In: *6th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering* Bd. 2. Montreal, 1965, S. 551–555
- [85] SKEMPTON, A. W. ; BROGAN, J. M.: Experiments on piping in sandy gravels. In: *Géotechnique* 44 (1994), S. 449–460
- [86] STALLING, D. ; WESTERHOFF, M. ; HEGE., H.-C. : Amira: A Highly Interactive System for Visual Data Analysis. In: HANSEN, C. (Hrsg.) ; JOHNSON, C. (Hrsg.): *The Visualization Handbook*. Salt Lake City, Utah : Elsevier, 2005, S. 749–767
- [87] STAUFFER, D. ; AHARONY, A. : *Indroductio n to Percolation Theory*. 2. London : Taylor and Francis, 1994
- [88] TERZAGHI, K. : Soil mechanics: a new chapter in engineering science. In: *Journal of the Institution of Civil Engineers* 12 (1939), S. 106–141
- [89] US ARMY CORPS OF ENGINEERS: Filter experiments and design criteria / Waterways Experiment Station, Vicksburg. 1953 (3-360). – Forschungsbericht
- [90] v. SOOS, P. : Die Rolle des Baugrunds bei Anwendung der neuen Sicherheitstheorie im Grundbau. In: *Geotechnik* 13 (1990), S. 82–91
- [91] ČIŠTIN, J. : Zum Problem mechanischer Deformation nichtbindiger Lockergesteine durch die Sickerwasserströmung in Erddämmen. In: *Wasserwirtschaft Wassertechnik* 2 (1967), S. 45–49
- [92] ČIŠTIN, J. : Zum Problem mechanischer Deformation nichtbindiger Lockergesteine durch die Sickerwasserströmung in Erddämmen. In: *Wasserwirtschaft Wassertechnik* 2 (1967), S. 45–49
- [93] WAN, C. F. ; FELL, R. : Experimental investigation of Internal Instability of soils in Embankment Dams and Their Foundations / The University of New South Wales. 2004 (UNICIV Report R-429). – Forschungsbericht. – ISBN 85841 396 5
- [94] WITT, K. J.: *Filtrationsverhalten und Bemessung von Erdstofffiltern*, Universität Karlsruhe, Diss., 1986. – Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 104
- [95] WITT, K. J. ; BRAUNS, J. : The influence of parameter variation on the reliability of filters. In: *Proc. Int. Conf. on Safety of Dams* Bd. 1, 1984, S. 273–280



- [96] WITT, K. J. ; SEMAR, O. ; SADAGHIANI, M. R. S.: Beurteilung der Gefährdung der Rheinseitendämme durch suffossiven Materialtransport - Prototypische Entwicklung eines Versuchsstandes und exemplarische Versuche an Modellböden - / Bauhaus Universität Weimar. 2008. – Forschungsbericht. – unpublished
- [97] WITTMANN, L. : *Filtrations- und Transportphänomene in porösen Medien*, Universität Karlsruhe, Diss., 1980. – Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 86
- [98] WOLFF, T. : *Ein methodischer Bemessungsansatz zur Abschätzung des Tragverhaltens von Pfahlgründungen in weichem kalkigem Sedimentgestein*, Bauhaus-Universität Weimar, Diss., 2010. – Schriftenreihe Geotechnik, Heft 22
- [99] YANUKA, M. : Percolation processes and porous media : III. Prediction of the capillary hysteresis loop from geometrical and topological information of pore space. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 127 (1989), Nr. 1, S. 48–58
- [100] YANUKA, M. : The mixed bond–site percolation problem and its application to capillary phenomena in porous media. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 134 (1990), Nr. 1, S. 198–205
- [101] ZIEMS, J. : Erosionsbeständigkeit nichtbindiger Lockergesteine / Institut für Fluß- und Seebau der TU Dresden. 1965. – Forschungsbericht
- [102] ZIEMS, J. : *Beitrag zur Kontakterosion nichtbindiger Erdstoffe*, TU Dresden, Diss., 1969
- [103] ZIEMS, J. : *Nachweis der Beständigkeit von Erdstoffen gegenüber der Einwirkung der Sickerwasserströmung, Suffusion nichtbindiger Erdstoffe*. 1970. – WAPRO 4.04. Blatt 2



---

# **Anlagen**

---

**Anhang A**

**Programmierung**

## A.1 C++ Code Zufallsgenerator

Verwendeter Zufallsgenerator nach Park und Miller mit Schrage Algorithmus nach [64]. Ausgabe einer gleichverteilten pseudo-Zufallszahl zwischen 0.0 und 1.0. Der hier dargestellte Programmcode in c++ hat einen konstanten Startwert, daher werden bei jedem Start die gleichen Zufallssequenzen erzeugt. Für die durchgeführten Simulationen wurde der Startwert über die Computerzeit dynamisch erzeugt.

```
int idum=2084035051;           //seed

double rand_seed() {

/* Variablendeklaration */

const int a=16807;             //multiplier
const int m=0x7fffffff;        //modulus
const int q=127773;
const int ir=2836, mask=123459876;
const double AM=1.0/double(m);
int k;
double ans;

idum^=mask;                    //XORing with mask
k=idum/q;                      //simple bit pattern for idum
idum=a*(idum-k*q)-ir*k;
if (idum<0) idum+=m;           //compute idum without
                                //overflow by Schrage
ans=AM*idum;                   //convert idum to float result
idum^=mask;                    //unmask before return
return ans;
}
```

## A.2 Test des Zufallsgenerators

Der verwendete Zufallsgenerator wurde hinsichtlich der Korrelation mit dem Spektraltest untersucht. In diesem Test wird eine Zufallssequenz  $\langle zz_n \rangle$  der Periode  $m$  in einem  $n$ -dimensionalen Raum analysiert. Es wird darauf geachtet, ob die erzeugte Sequenz auf Hyperebenen liegt oder nicht. Abbildung A.1 zeigt exemplarisch eine Anzahl von 5000 Zufallszahlen, die in 3D mit den Koordinaten  $(zz_n, zz_{n+1}, zz_{n+2})$  aufgetragen wurden. Es zeigt sich, dass eine Anordnung auf Hyperebenen nicht eingetreten ist. Eine Korrelation der 5000 Zufallszahlen kann daher ausgeschlossen werden.

Die CPU-Zeit für eine Sequenz aus 100.000 Zufallszahlen beträgt auf dem verwendeten Rechner (HP Compaq Intel Core 2 Duo 6400@2,13 GHz und 4 GB Ram) 1900 ms. Der Mittelwert aus 100.000 Zufallszahlen ergab  $\langle zz \rangle = 0,500392$ .

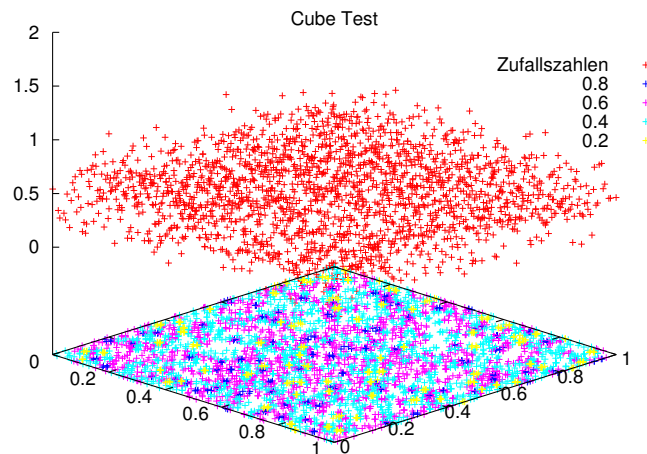


Abbildung A.1: Cube Test für 5000 Zufallszahlen (zz) ( $zz_n, zz_{n+1}, zz_{n+2}$ )

### A.3 Hoshen-Kopelman Algorithmus

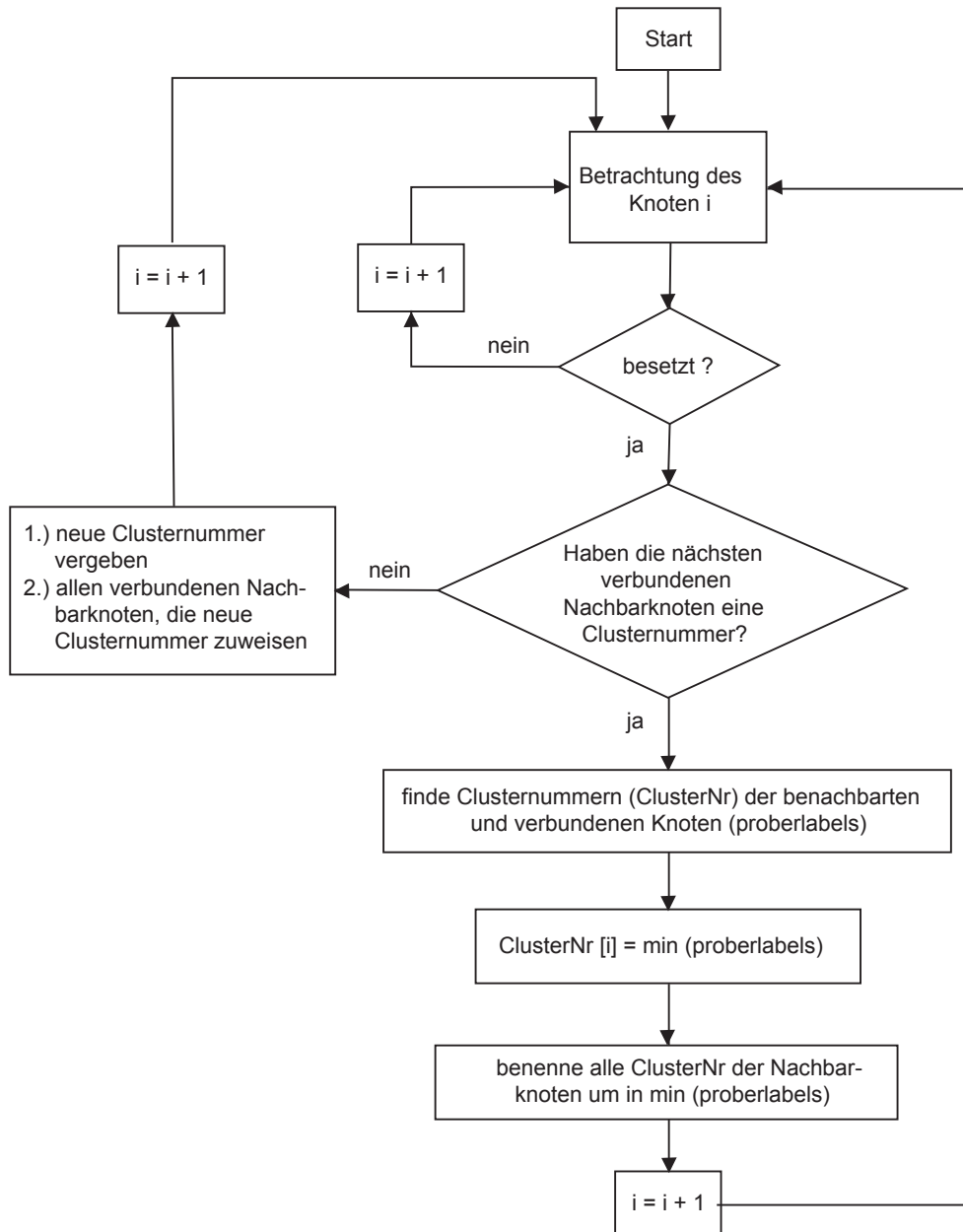


Abbildung A.2: Flussdiagramm für Hoshen-Kopelman Algorithmus

---

## **Anhang B**

# **Anlagen zur experimentellen Validierung**



## **B.1 Versuchsaufbau**

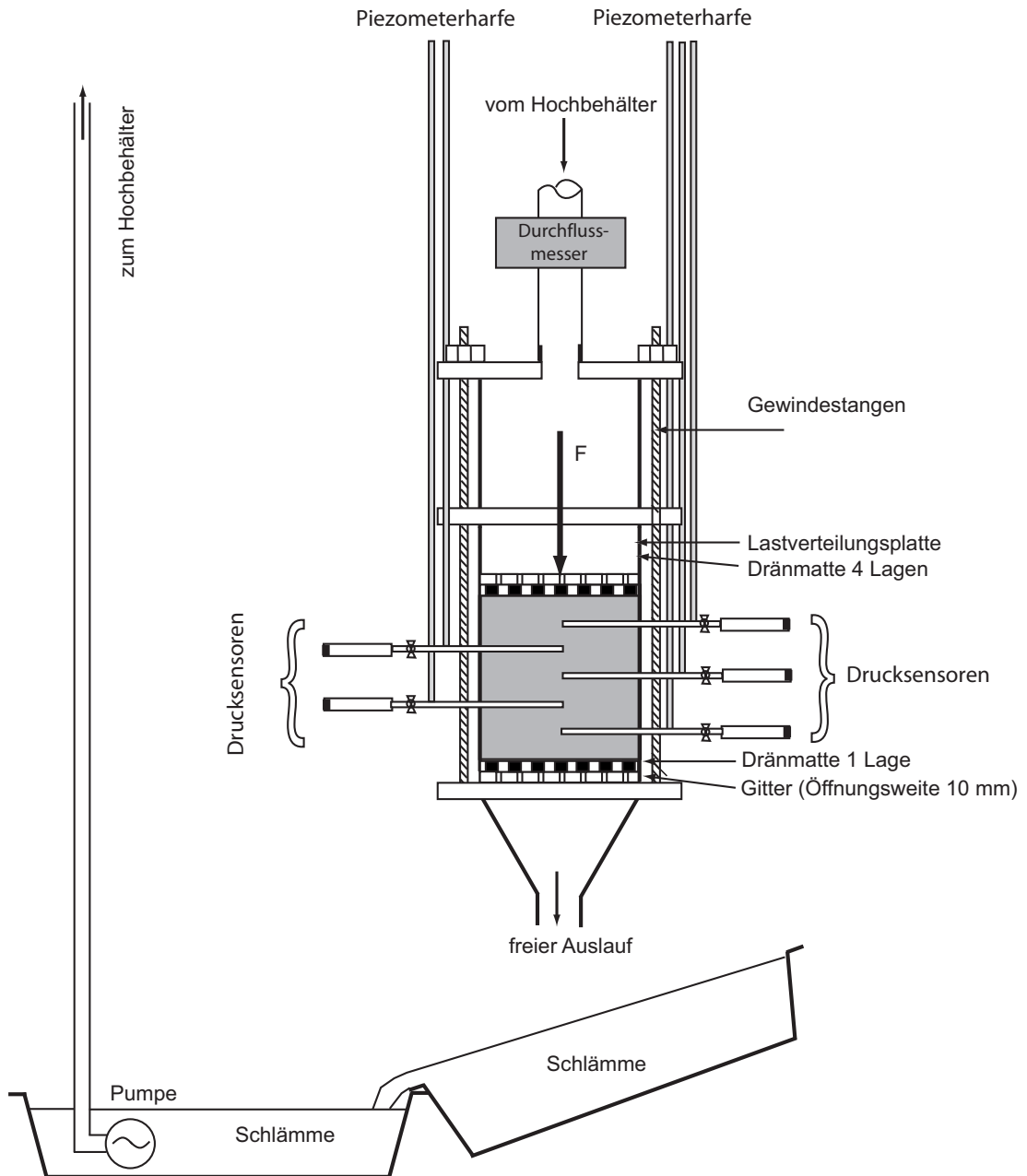


Abbildung B.1: Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung

## **B.2 Ergebnisse zu den Suffosionsversuchen**

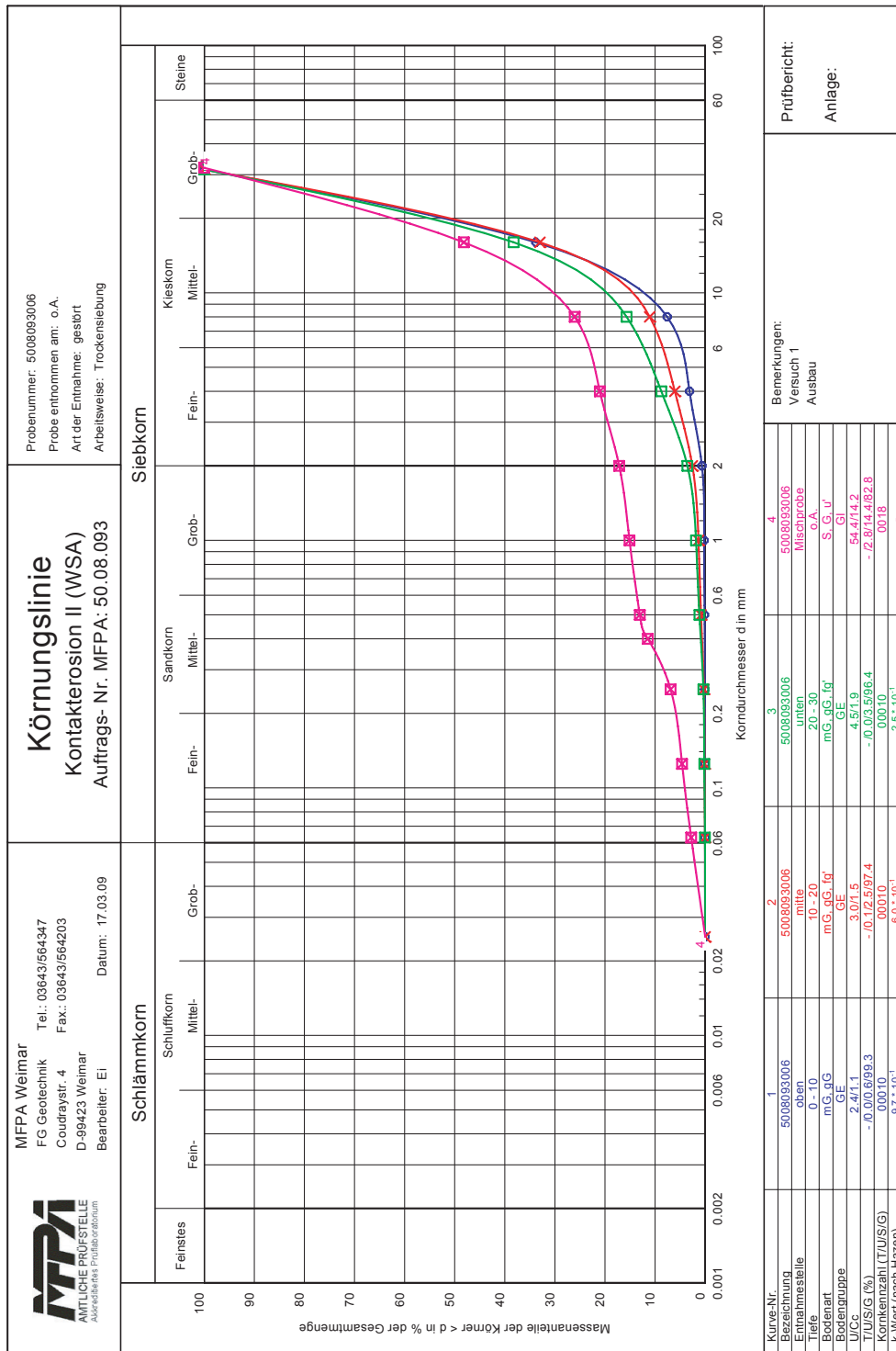


Abbildung B.2: Ausbau 5008093006 Versuch 1

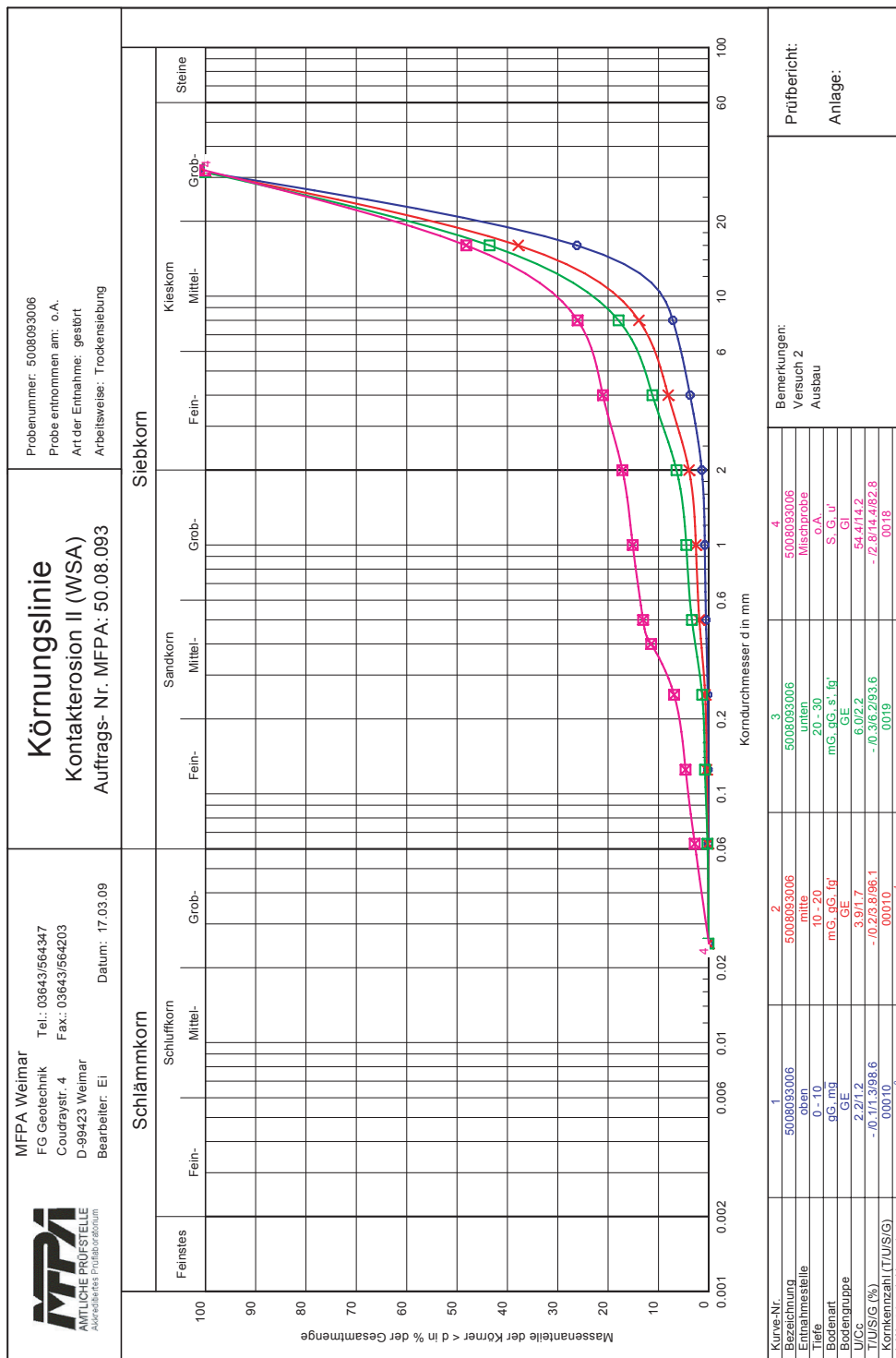


Abbildung B.3: Ausbau 5008093006 Versuch 2

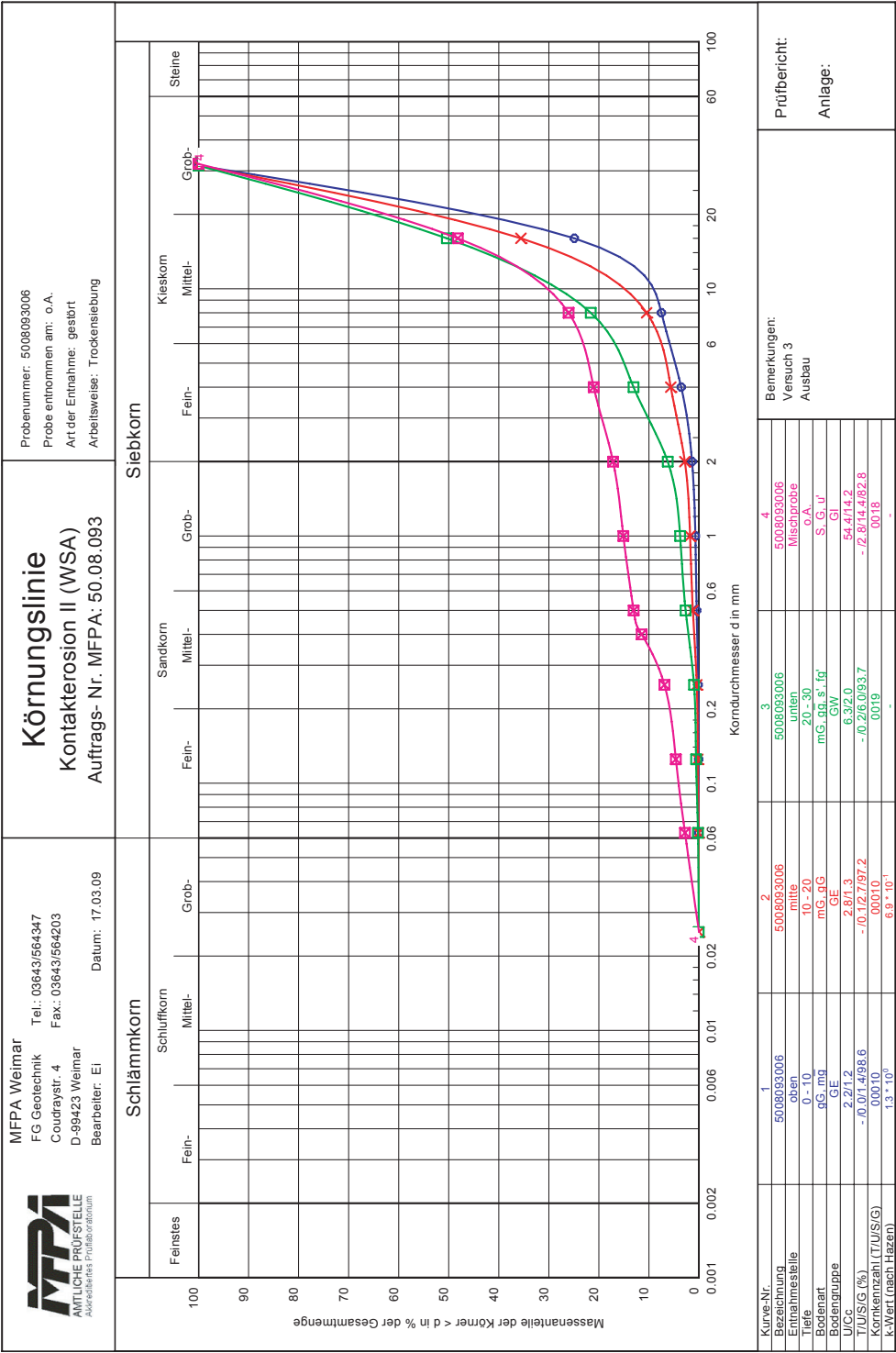


Abbildung B.4: Ausbau 5008093006 Versuch 3

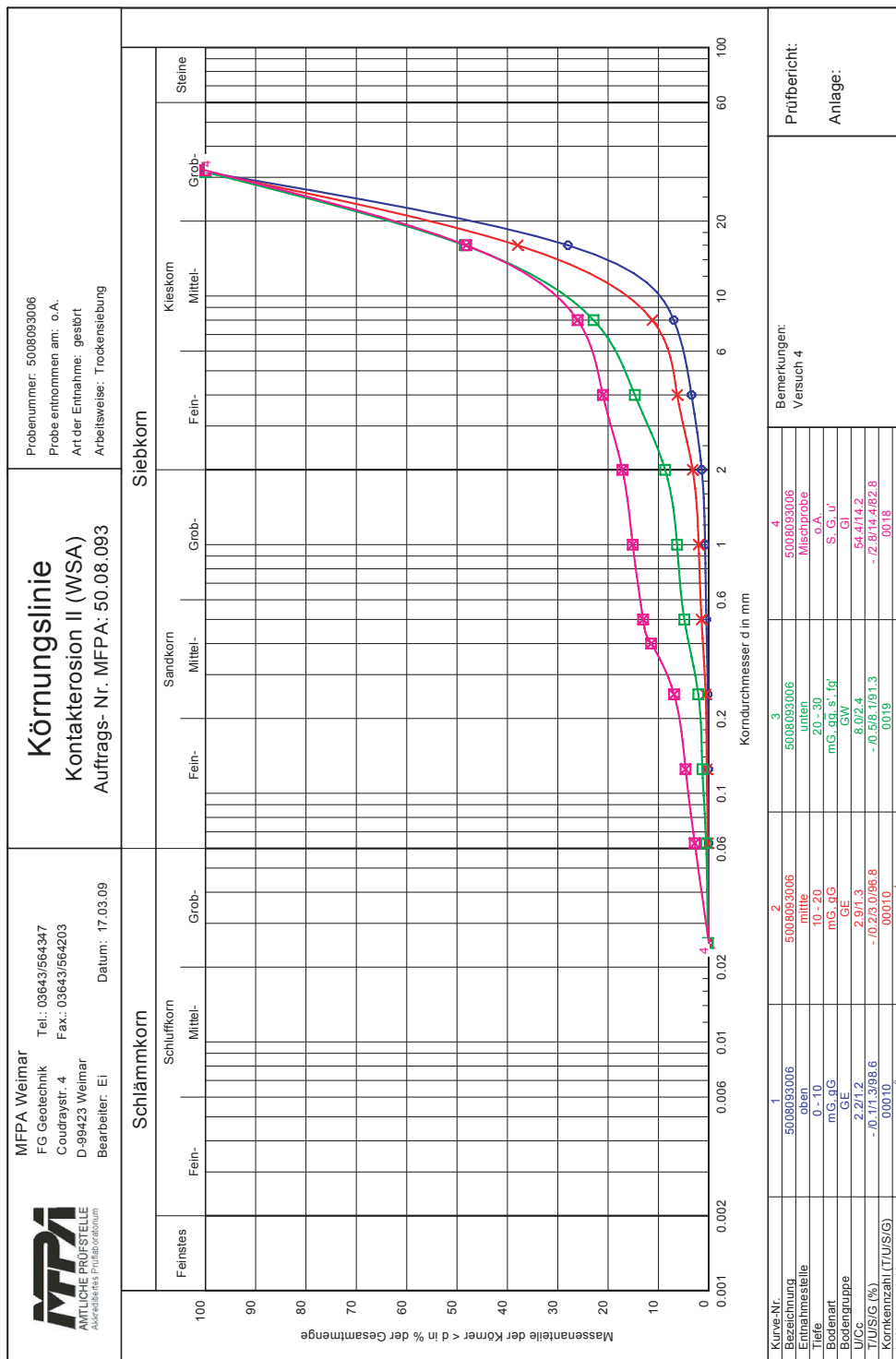


Abbildung B.5: Ausbau 5008093006 Versuch 4